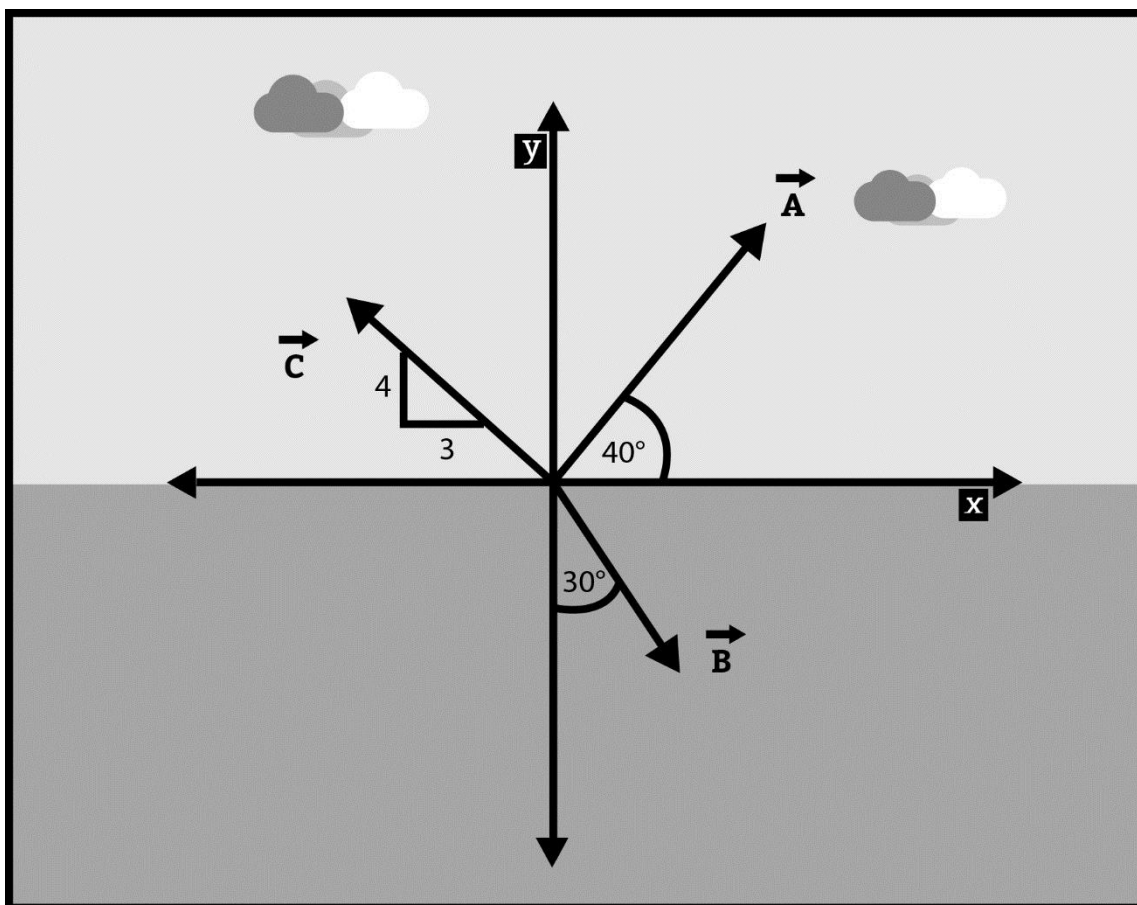


Ejercicios Resueltos: Operaciones Básicas entre Vectores (II)

➤ Ejercicio 1



Cuatro vectores se encuentran en el plano xy . El módulo del vector \vec{A} es de 20 unidades y forma un ángulo de 40° con el eje x . El vector \vec{B} , tiene magnitud de 15 unidades y forma un ángulo de 30° respecto del eje y negativo. El vector \vec{C} , tienen 10 unidades de módulo y un triángulo rectángulo de catetos 4 y 3 puede formarse bajo él, tal como se indica en la figura. Un vector \vec{D} parte en el origen y termina en el punto $(-6, -7)$. Escriba cada vector en término de sus componentes canónicas, el módulo del vector \vec{D} y el vector resultante de los cuatro vectores $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$.

Solución

Los vectores se expresan:

$$\vec{A} = 15.3\hat{i} + 12.9j$$

$$\vec{B} = 7.5\hat{i} - 12.9j$$

$$\vec{C} = -6\hat{i} + 8j$$

$$\vec{D} = -6\hat{i} - 7j$$

Y el vector resultante, se encuentra como:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = (15.3\hat{i} + 12.9j) + (7.5\hat{i} - 12.9j) + (-6\hat{i} + 8j) + (-6\hat{i} - 8j)$$

$$\vec{R} = (15.3 + 7.5 - 6 - 6)\hat{i} + (12.9 - 12.9 + 8 - 7)j$$

$$\vec{R} = 10.8\hat{i} + 1j$$

El módulo del vector \vec{R} puede determinarse como:

$$|\vec{R}| = \sqrt{(10.8)^2 + (1)^2}$$

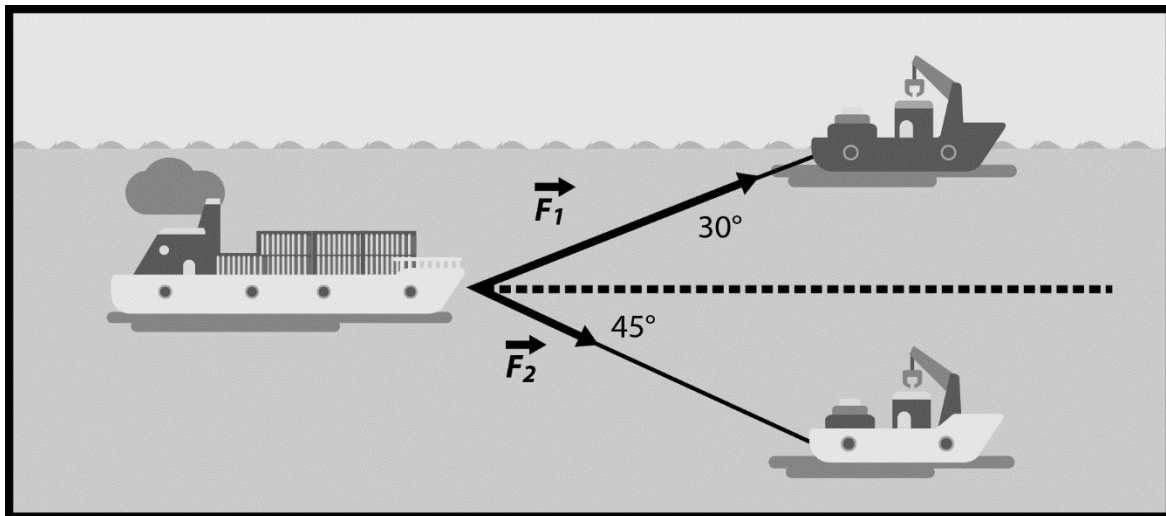
$$|\vec{R}| = 10.8$$

Y el ángulo de inclinación respecto del eje x es:

$$\phi = \arctan\left(\frac{1}{10.8}\right) = 5.3^\circ$$



➤ Ejercicio 2



Dos remolcadores arrastran una barcaza, por agua tranquila. Uno tira con una fuerza $F_1 = 20[\text{kN}]$ con un ángulo de 30° respecto del eje de la barcaza, como se muestra en la figura.

El segundo remolcador jala con una fuerza $F_2 = 15[\text{kN}]$ y un ángulo de 45° también respecto del eje del barco. Determine:

- Los vectores \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 en término de sus componentes canónicas.
- la fuerza total (vector) con que jalan los remolcadores la barcaza.
- la magnitud y dirección de la fuerza resultante.

Solución

- Los vectores pueden expresarse de la forma:

$$\vec{F}_1 = |\vec{F}_1| \cos 30^\circ \hat{i} + |\vec{F}_1| \sin 30^\circ \hat{j}$$

$$\vec{F}_1 = (17.3\hat{i} + 10.0\hat{j})[\text{kN}]$$

$$\vec{F}_2 = |\vec{F}_2| \cos 45^\circ \hat{i} - |\vec{F}_2| \sin 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = (10.6\hat{i} - 10.6\hat{j})[\text{kN}]$$

- Usando el método de las componentes, la suma de ambas fuerzas puede expresarse:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_T = ((17.3 + 10.6)\hat{i} + (10.0 - 10.6)\hat{j}) [kN]$$

$$\vec{F}_T = (27.9\hat{i} - 0.6\hat{j}) [kN]$$

c) La magnitud del vector resultante es:

$$|\vec{F}_T| = \sqrt{(27.9)^2 + (-0.6)^2} [kN]$$

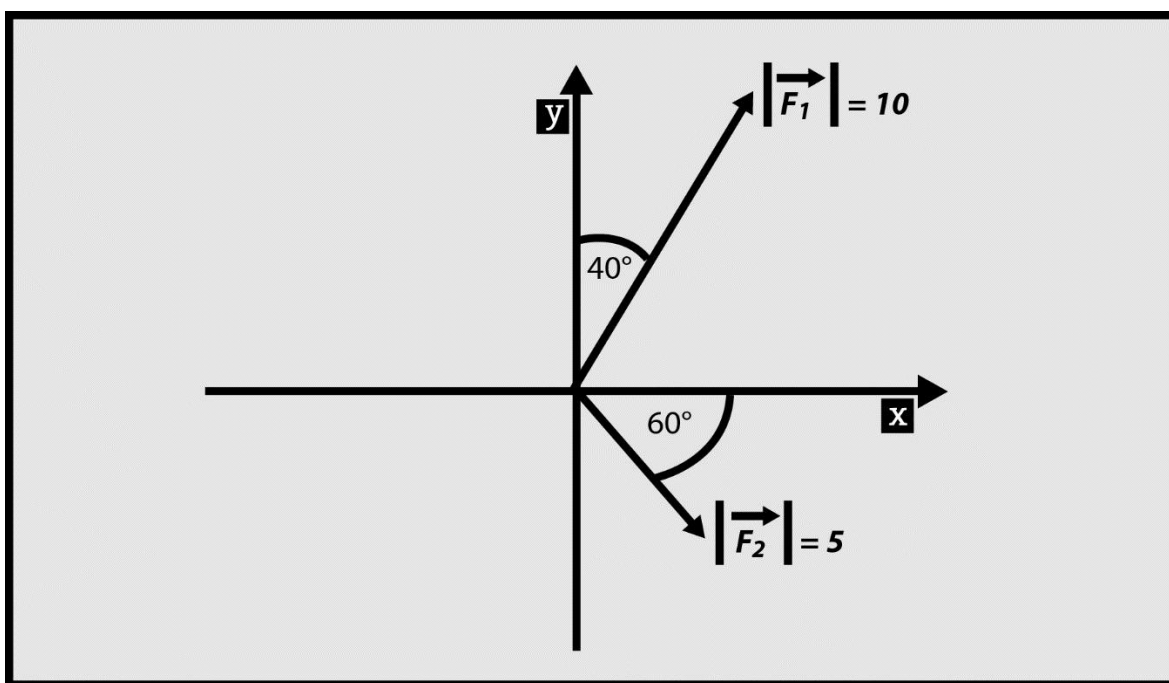
$$|\vec{F}_T| = 27.9 [kN]$$

Y el ángulo que forma con el eje x es:

$$\phi = \arctan\left(\frac{-0.6}{27.9}\right)$$

$$\phi = -1.2^\circ$$

➤ Ejercicio 3



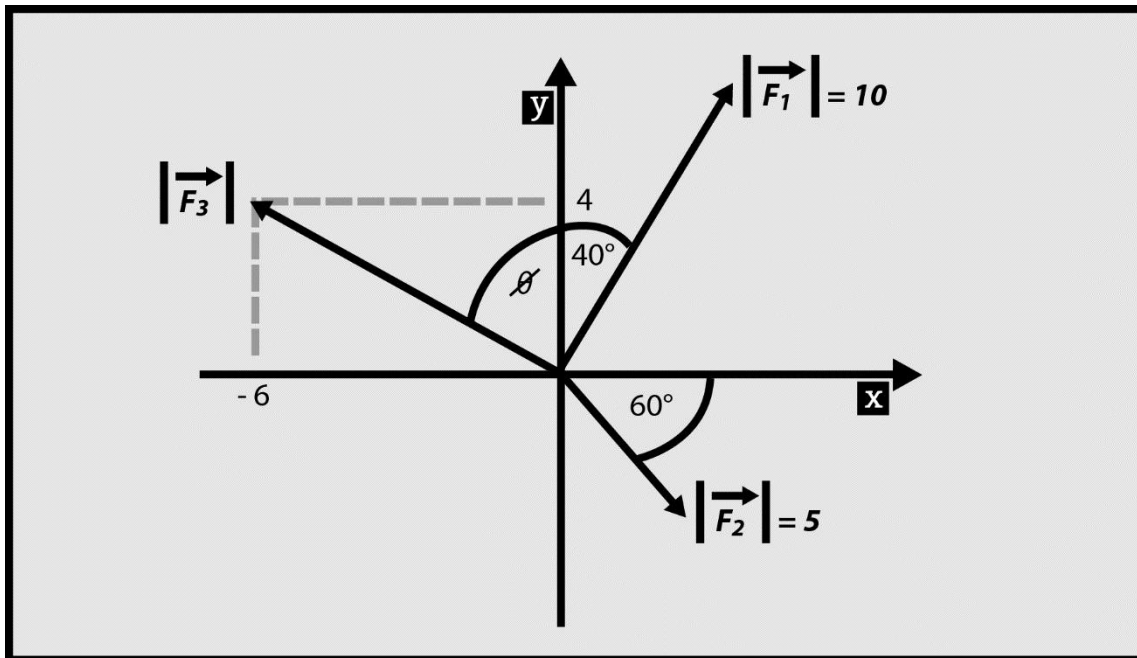
Considere los vectores \vec{F}_1 , \vec{F}_2 y \vec{F}_3 , donde el módulo de \vec{F}_1 es 10 y el módulo de \vec{F}_2 es 5, como se muestra en la figura. El vector \vec{F}_3 tiene su origen en el origen del sistema de coordenadas y su extremo en el punto $(-6, 4)$.

a) Exprese cada uno de los vectores en componentes cartesianas

b) Determine el vector resultante $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$

c) Encuentre la magnitud y dirección de un vector \vec{F}_4 , tal que $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 6\hat{j}$

Solución



a)

$$\vec{F}_1 = 10 \sin 40^\circ \hat{i} + 10 \cos 40^\circ \hat{j} = 6,43 \hat{i} + 7,66 \hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = 5 \cos 60^\circ \hat{i} - 5 \sin 60^\circ \hat{j} = 2,5 \hat{i} - 4,33 \hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = -6 \hat{i} + 4 \hat{j}$$

b)

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_R = (6,43 + 2,5 - 6) \hat{i} - (7,66 - 4,33 + 4) \hat{j}$$

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 2,93 \hat{i} - 1,33 \hat{j}$$

c)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 6 \hat{j}$$

$$\vec{F}_R + \vec{F}_4 = 6 \hat{j}$$

$$\vec{F}_4 = 6 \hat{j} - \vec{F}_R = (0 - 2,93) \hat{i} + (6 - 1,33) \hat{j} = -2,93 \hat{i} + 4,67 \hat{j}$$

$$|\vec{F}_4| = \sqrt{2,93^2 + 4,67^2} = 5,52$$

$$\theta = -\arctan\left(\frac{1,33}{2,93}\right) = -24,4^\circ$$