

## Ejercicios Desarrollados: Capacidad y condensadores

### ➤ Ejercicio 1

Se dispone de dos grandes placas paralelas y conductoras, de  $1,0 \text{ [m}^2\text{]}$  de área y separadas  $1,0 \text{ [mm]}$ . Ellas tienen cargas  $q_1 = 0,001 \text{ [C]}$  y  $q_2 = - 0,001 \text{ [C]}$ , respectivamente. Determine:

- El trabajo necesario para cargar ese capacitor.
- La magnitud de la fuerza de atracción entre las placas.

### Solución

- El trabajo requerido para cargar ese capacitor (que es equivalente a hallar el trabajo hecho por un agente externo para colocar las cargas en las placas) es igual a la energía almacenada en él, esto es

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d}{2\epsilon_0 A}$$

puesto que para un capacitor de placas paralelas su capacitancia es

$$C = \epsilon_0 A / d$$

Entonces,

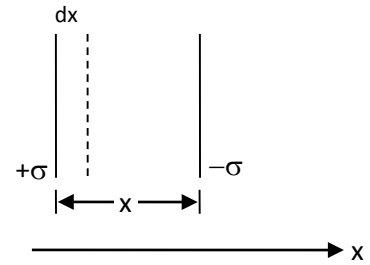
$$U = \frac{10^{-6} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,0 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 57[J]$$

b. La capacitancia del capacitor de la figura es

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{x}$$

y la energía almacenada en él es

$$U = \frac{q^2 x}{2\epsilon_0 A}$$



Al desplazar una de las placas en un  $dx$ , la variación de energía del sistema es

$$dU = \frac{q^2 dx}{2\epsilon_0 A}$$

donde

$$dU = F dx$$

Luego,

$$F dx = \frac{q^2 dx}{2\epsilon_0 A}$$

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 A}$$

$$F = \frac{(10^{-3})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,0} = 5,7 \cdot 10^4 [N]$$

Observe que la magnitud de esta fuerza es, aproximadamente, igual al peso de 101 niños o adolescentes de una masa promedio de 57 kg.

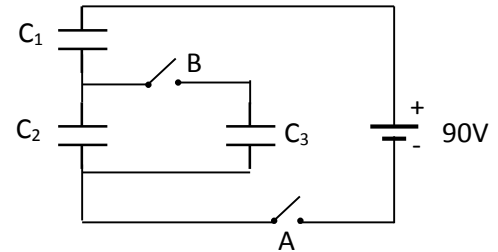


## ➤ Ejercicio 2

En el diagrama mostrado, los tres condensadores tienen capacidades

$$C_1=2C, C_2=C \text{ y } C_3 = \frac{1}{2} C$$

La batería suministra una diferencia de potencial  $V=90 \text{ V}$ .



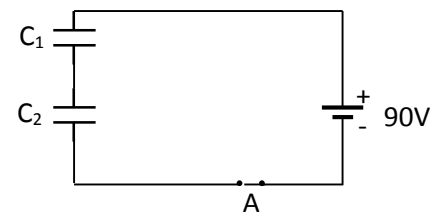
- Estando los condensadores inicialmente descargados, se cierra el interruptor A mientras el interruptor B permanece abierto. Luego se abre el interruptor A cuando los condensadores están plenamente cargados. Determinar la diferencia de potencial a través del condensador  $C_2$ .
- Después se cierra el interruptor B. El interruptor A sigue abierto. Determine la diferencia de potencial a través del condensador  $C_3$ .

## Solución

- Al cerrar el interruptor A dejando el B abierto, los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  quedan conectados en serie. El  $C_3$  no interviene en el problema. Los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  quedan con la misma carga, por determinar.

Buscamos capacidad equivalente:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{2C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{2}{3} C$$



Entonces, la carga en cada condensador es:

$$Q_1 = Q_2 = C_{eq} \cdot V = \frac{2}{3} C \cdot 90 = 60 \cdot C$$

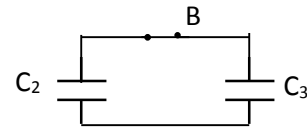


Por lo tanto, la diferencia de potencial a través del condensador  $C_2$  es:

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{60 \cdot C}{C} = 60V$$

- b. Al cerrar el interruptor B dejando el interruptor A abierto, se ha desconectado la batería y los condensadores  $C_2$  y  $C_3$  quedan conectados en paralelo, con  $C_2$  cargado y  $C_3$  descargado inicialmente. El condensador  $C_1$  no interviene en el problema.

La carga total almacenada en ambos condensadores es la que tenía inicialmente el condensador  $C_2$ , es decir,  $60 \cdot C$ . Ambos condensadores quedan al mismo potencial.



Buscamos capacidad equivalente:

$$C_{eq} = C_2 + C_3 = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2}C$$

Por lo tanto, la diferencia de potencial a través del condensador  $C_3$  es:

$$V_3 = \frac{Q_{total}}{C_{eq}} = \frac{60 \cdot C}{\frac{3}{2}C} = 40V$$

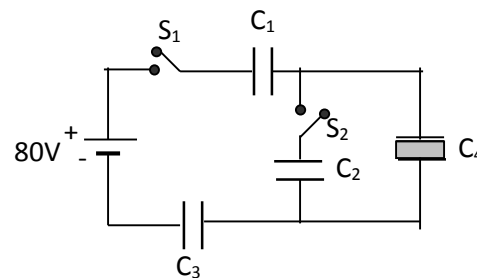


### ➤ Ejercicio 3

Los cuatro condensadores que se muestran en la figura tienen las siguientes capacidades al vacío:

$$C_1 = 30\mu\text{F}, C_2 = 20\mu\text{F}, C_3 = 60\mu\text{F} \text{ y } C_4 = 40\mu\text{F}$$

Todos los condensadores están inicialmente descargados. Si se introduce un dieléctrico de constante  $\kappa$  entre las placas del condensador  $C_4$  y se cierra el interruptor  $S_1$ , aparece una diferencia de potencial de 20 V entre las placas del condensador  $C_3$ . Determine:



- la capacidad equivalente de la combinación que resulta (en función de la constante  $\kappa$ ),
- el valor de la constante  $\kappa$ .  
Luego se abre el interruptor  $S_1$  y se cierra el interruptor  $S_2$ .
- Calcule la diferencia de potencial eléctrico final entre las placas de  $C_2$ .

### Solución

- Al cerrar el interruptor  $S_1$ , los condensadores  $C_1$ ,  $C_3$  y  $C_4$  quedan en serie. Por lo tanto:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{\kappa C_4} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40\kappa} = \frac{3+6\kappa}{120\kappa} = \frac{1+2\kappa}{40\kappa}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{40\kappa}{1+2\kappa} (\mu\text{F})$$

- Como los condensadores están en serie, todos quedan con la misma carga, que es la carga del condensador equivalente:

$$Q = Q_1 = Q_3 = Q_4 = C_{eq} V = \frac{40\kappa}{1+2\kappa} \cdot 80 = \frac{3200\kappa}{1+2\kappa} (\mu\text{C})$$



Se tiene, además:

$$Q_3 = C_3 \cdot V_3 = 60\mu F \cdot 20V = 1200\mu C$$

Entonces, igualando:

$$\frac{3200\kappa}{1 + 2\kappa} = 1200$$

Resolviendo la última ecuación se obtiene:

$$\kappa = 1,5$$

- c. Al abrir el interruptor  $S_1$  y cerrar  $S_2$ , los condensadores  $C_2$  y  $C_4$  quedan en paralelo, ambos con un mismo potencial  $V'$ . La carga total es igual a la carga que tenía originalmente  $C_4$  ya que  $C_2$  estaba descargado.

$$Q_2' + Q_4' = 1200\mu C$$

$$V_2' = V_4' \Rightarrow \frac{Q_2'}{C_2} = \frac{Q_4'}{\kappa C_4} \Rightarrow Q_4' = \frac{\kappa C_4}{C_2} \cdot Q_2' = \frac{1,5 \cdot 40}{20} \cdot Q_2' = 3Q_2'$$

Por lo tanto:

$$Q_2' + 3Q_2' = 4Q_2' = 1200\mu C \Rightarrow Q_2' = 300\mu C$$

Potencial final para el condensador  $C_2$ :

$$V_2' = \frac{Q_2'}{C_2} = \frac{300\mu C}{20\mu F} = 15V$$

