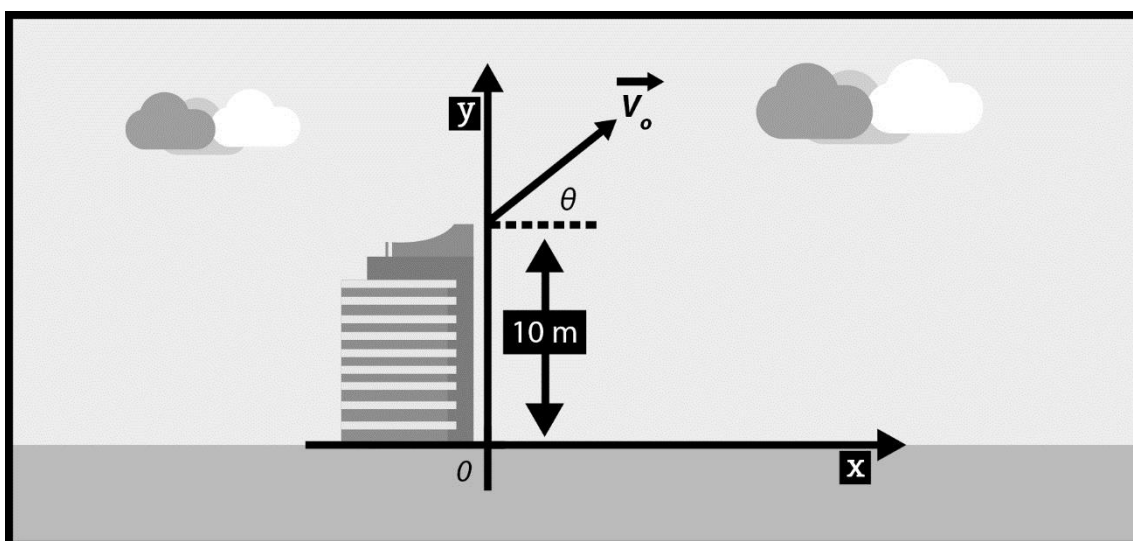


Ejercicios Resueltos: Lanzamiento de Projectiles 2

➤ Ejercicio 1



Desde un edificio de 10.0 [m] de altura se lanza un proyectil, con una velocidad inicial de 5.0 [m/s] formando un ángulo de 30° con la horizontal. Determine:

- Las componen tres ortogonales de la velocidad inicial
- El tiempo de vuelo del proyectil
- La velocidad junto antes de tocar el piso
- La altura máxima alcanzada por el proyectil
- El alcance del proyectil

Solución

Se sabe que el movimiento parabólico de un proyectil resulta de la superposición de un MRU horizontal y de un MRUA vertical. Se desprecia la presencia del aire y se supone que la aceleración de gravedad es constante para toda la trayectoria del balón.

- Las componentes ortogonales de la velocidad inicial son

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta = 5,0 \cdot \cos 30^\circ = 4,3[m/s]$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta = 5,0 \cdot \sin 30^\circ = 2,5[m/s]$$

- El proyectil “dejará de volar” cuando su posición “y” sea nula, al utilizar esta condición y la relación de la posición en el eje y, se tiene

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 10,0 + 2,5 \cdot t - \frac{1}{2} 9,8 \cdot t^2 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática se encuentra

$$t_1 = -1,2[s]$$

$$t_2 = 1,7[s]$$

La primera solución no tiene sentido en Física, pues correspondería a un tiempo previo al lanzamiento del proyectil. Luego el tiempo de vuelo es 1,7[s]

- c) Justo antes de chocar con el suelo, la velocidad en el eje x es v_{0x} (constante durante todo el vuelo), y la velocidad en el eje y es

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t = 2,5 - 9,8 \cdot 1,7$$

$$v_y = -14,2[m/s]$$

El módulo de la velocidad justo antes de chocar con el piso es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4,3^2 + (-14,2)^2}$$

$$v = 14,8[m/s]$$

Y forma un ángulo ϕ con la horizontal. Dado por

$$\phi = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-14,8}{4,3}\right)$$

$$\phi = 73,8^\circ$$

- d) Se sabe que para que el proyectil alcance la altura máxima, la rapidez en el eje y del proyectil debe ser nula, es decir,

$$v_y = 2,5 - 9,8 \cdot t' = 0$$

Entonces el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima es

$$t' = \frac{2,5}{9,8}$$

$$t' = 0,26[s]$$

Reemplazando este valor en la relación de la posición se tiene

$$y_{\text{máx}} = 10,0 + 2,5 \cdot t' - \frac{1}{2} 9,8 \cdot t'^2 = 10,0 + 2,5 \cdot 0,26 - \frac{1}{2} 9,8 \cdot 0,26^2$$

$$y_{\text{máx}} = 10,3[m]$$

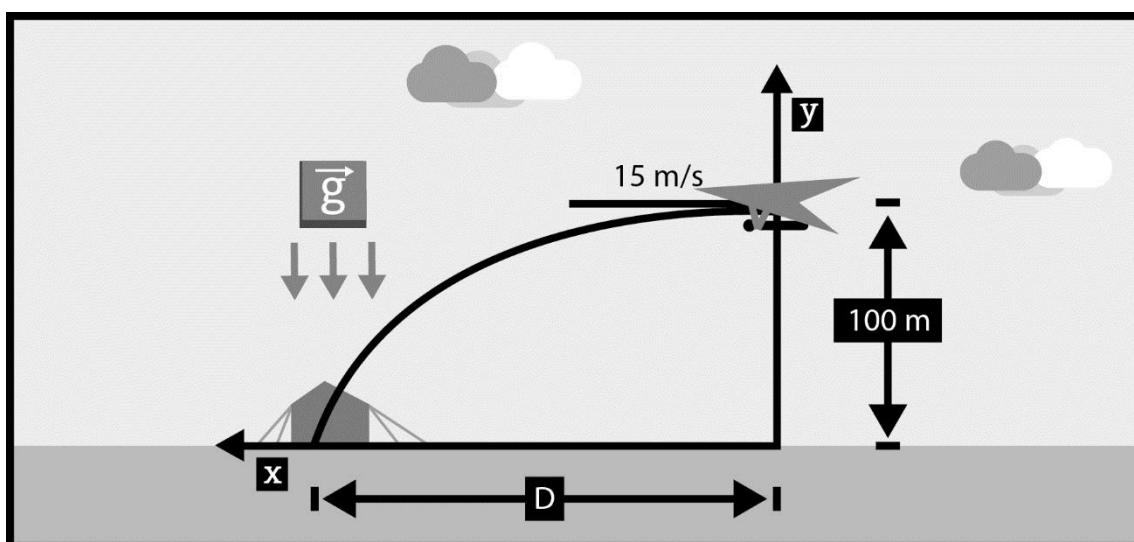
- e) El alcance corresponde a la distancia recorrida sobre el eje x, durante el tiempo de vuelo, entonces

$$x_{\text{máx}} = v_{0x} \cdot t_2 = 4,3 \cdot 1,7$$

$$x_{\text{máx}} = 7,4[m]$$



➤ Ejercicio 2



Un piloto en alas delta vuela a 15,0 [m/s] en dirección paralela al suelo y a una altura de 100 [m]. Su misión es dejar caer una caja de provisiones en un campamento de scouts. ¿A qué distancia del campamento debe soltar la caja para que cumpla su misión? ¿Qué suposición se ha hecho para resolver esta situación?

Solución

El movimiento de la caja de provisiones, una vez que se suelta, resulta de la superposición del movimiento rectilíneo (horizontal) uniforme y del movimiento rectilíneo (vertical) uniformemente acelerado.

Para el movimiento vertical de la caja se tiene

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

donde $y_0 = 100$ [m], $v_{0y} = 0$ (dado que la velocidad inicial sólo tiene componente horizontal) y, $g = -9,8$ [m/s²] (pues en este caso $\vec{g} = -9,8 \hat{j}$ [m/s²]).

Cuando la caja llega al suelo, $y = 0$. Luego,

$$0 = 100 - 4,9t^2$$

$$t = 4,52[s]$$

Para el movimiento horizontal de la caja se tiene

$$x = v_{0,x} t$$

Entonces,

$$D = 15 \cdot 4,52$$

$$D = 67,8[m]$$

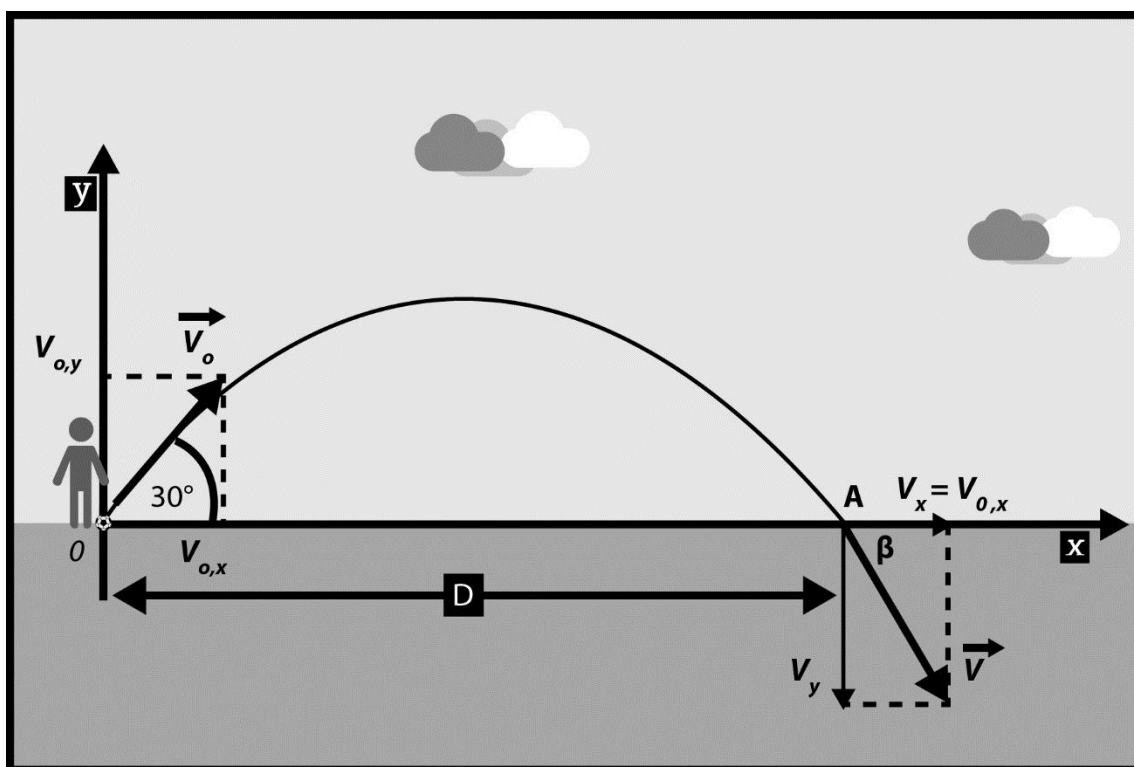
La distancia entre el punto en que se soltó la caja y el punto donde cayó está dado por

$$d = \sqrt{67,8^2 + 100^2}$$

$$d = 121[m]$$

Para resolver este problema se ha supuesto que la caja describe una parábola.

➤ Ejercicio 3



En un “tiro libre”, la pelota sale del botín del jugador con una rapidez inicial de 100,0 [m/s] y forma un ángulo (ángulo de tiro) de 30,0° con la horizontal. Determine:

a) La distancia entre el punto de lanzamiento 0 y el punto de regreso a tierra A.

b) La magnitud de la velocidad de la pelota cuando regresa a tierra y el ángulo que forma con el semieje +x.

Solución

a) Para el movimiento vertical, se tiene

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

donde $y_0 = 0$ y $v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ = 100,0 \sin 30^\circ = 50,0 [m/s]$

Cuando el balón regresa a tierra

$$0 = 50 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$$

Se requiere un tiempo de $t = 10,2 [s]$

Pero $D = v_{0x} t$, con $v_{0,x} = v_0 \cos 30^\circ = 100,0 \cos 30^\circ = 86,6 [m/s]$

Luego

$$D = 86,6 \cdot 10,2 = 883 [m] \text{ es la distancia } \overline{OA} \text{ pedida}$$

b) La magnitud de la velocidad cuando la pelota regresa justo a tierra está dada por

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{0x}^2 + (v_{0y} - gt)^2} = \sqrt{86,6^2 + (50,0 - 9,8 \cdot 10,2)^2}$$

$$v = 100 [m/s]$$

El ángulo que forma la velocidad final con el semieje +x es

$$\beta = \text{Arctan} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \text{Arctan} \left(\frac{-49,96}{86,6} \right) = -30^\circ$$

