

Ejercicios Desarrollados: Problemas de Optimización

➤ Ejercicio 1

La empresa “Serapio Cable Club” tiene actualmente 5.000 suscriptores, que pagan una cuota mensual de US\$ 40. Su Gerente de Marketing se apoya en una encuesta para afirmar que se tendrían 50 suscriptores más por cada 25 centavos de dólar de disminución en la cuota.

Bajo qué cuota se obtendrá el ingreso máximo y cuántos suscriptores se tendrán entonces?

SOLUCIÓN

El ingreso en la venta de un artículo, se obtiene del producto de la cantidad de artículos vendidos por el precio unitario de venta:

INGRESO = PRECIO por CANTIDAD

Sea x el número de veces que se rebaja la suscripción:

$$I(x) = (40 - 0.25x)(5000 + 50x)$$

$$I(x) = 200.000 + 750x - 12,50x^2$$

Derivamos para obtener puntos extremos

$$\frac{dI}{dx} = 750 - 25x$$

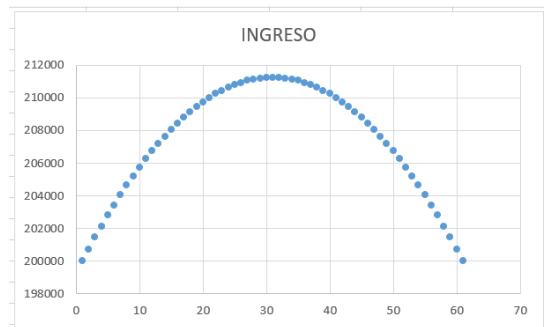
Igualamos a cero:

$$750 - 25x = 0 \rightarrow x = 30$$

Evaluamos en la segunda derivada para verificar si es un máximo:

$\frac{d^2I}{dx^2} = -25 < 0$ $x = 30$, valor que produce el máximo ingreso y la cuota de suscripción queda en **32,5** dólares

El número de suscriptores será de $5000 + 50 \cdot 30 = \textcolor{red}{6.500}$



➤ Ejercicio 2

El jefe de personal de una empresa debe efectuar nuevas contrataciones.

Estima que el costo de agregar t empleados, varía de acuerdo a la fórmula:

$$C(t) = -5t^2 - 117t + 3000$$

y que el ingreso adicional que esto significa, está de acuerdo a la relación:

$$I(T) = 4000 + 10t^2 - t^3$$

Calcule el número óptimo de empleados que deben contratarse.

SOLUCIÓN

UTILIDAD = INGRESO – COSTO

$$U(t) = (4000 + 10t^2 - t^3) - (-5t^2 - 117t + 3000)$$

$$U(t) = 1000 + 117t + 15t^2 - t^3$$

$$U'(t) = 117 + 30t - 3t^2$$

Buscamos los valores que anulan la primera derivada:

$$117 + 30t - 3t^2 = 0 \rightarrow t = -3, t = 13$$

Obtenemos la segunda derivada para determinar el valor que maximiza:

$$U''(t) = 30 - 6t$$

$$U''(13) < 0$$

Luego, el número óptimo de empleados que deben contratarse, es **13**.