# Ejercicios Desarrollados: Límites Exponenciales y Trigonométricos

## ➢ *Ejercicio 1*

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$$

***Solución***

Usando como variable auxiliar $u = \frac{1}{x}$

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{u\to \infty}\left(1+\frac{1}{u}\right)^{u} = e$$

luego,

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \boldsymbol{e}$$

➢ ***Ejercicio 2***

$$\lim_{x\to 0} \frac{cosx - 1}{x}$$

***Solución***

$$\lim_{x\to 0} \frac{cosx - 1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{cosx - 1}{x} \cdot \frac{cosx + 1}{cosx + 1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{cos^2x - 1}{x(cosx + 1)} = \lim_{x\to 0} \frac{-sen^2x}{x(cosx + 1)}$$

$$= -\lim_{x\to 0} \frac{senx}{x} \cdot \frac{senx}{cosx + 1} = -1 \cdot 0 = 0$$

Luego,

$$\lim_{x\to 0} \frac{cosx - 1}{x} = \mathbf{0}$$

➢ ***Ejercicio 3***

$$\lim_{x\to 0}[\cos(x)]^{\frac{1}{x}}$$

***Solución***

$$\lim_{x\to 0}[\cos(x)]^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0}[1+\cos(x)-1]^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0}[1+\cos(x)-1]^{\frac{1(cosx-1)}{x\,cosx-1)}}$$

$$\lim_{x\to 0}\left\{[1+(\cos x-1)]^{\frac{1}{cosx-1}}\right\}^{\frac{cosx-1}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0}\{e\}^{\frac{cosx-1}{x}} = e^{0} = \mathbf{1}$$

➢ ***Ejercicio 4***

$$\lim_{x\to 0} \frac{tan^2x - 1}{1 - cosx}$$

***Solución***

$$\lim_{x\to 0} \frac{tan^2x - 1}{1 - \cos x} = lim \frac{\left(\frac{\text{sen}\, x}{\cos x}\right)^2}{1 - \cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{sen^2x}{(1 - \cos x)\cos^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos^2 x}{(1 - \cos x)\cos^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 - \cos x)\cos^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(1 + \cos x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{(1 + \cos 0)}{\cos^2 0} = \mathbf{2}$$