traful

Ejercicios Desarrollados: Funciones Discontinuas

En las siguientes funciones, determine si existen:

a) Puntos de discontinuidad
b) Indique si son reparables o irreparables
c) Describa el impacto grafico que produce la discontinuidad

Ejercicio 1

$$f(x) = \frac{4x+8}{x^3+8}$$

Buscar los valores que anulan numerador y denominador

$$4x+8=0 \rightarrow \boldsymbol{x=-2}$$

$$x^3+8=0 \rightarrow x=\sqrt[3]{-8} \rightarrow \boldsymbol{x=-2}$$

Como $\boldsymbol{x=-2}$ anula el denominador, es un punto de discontinuidad
Hay que averiguar si es una discontinuidad reparable o irreparable.
Tanto numerador como denominador se anulan para $\boldsymbol{x=-2}$ significa que el factor

$$\boldsymbol{(x+2)}$$

Está presente en ambos, es decir:

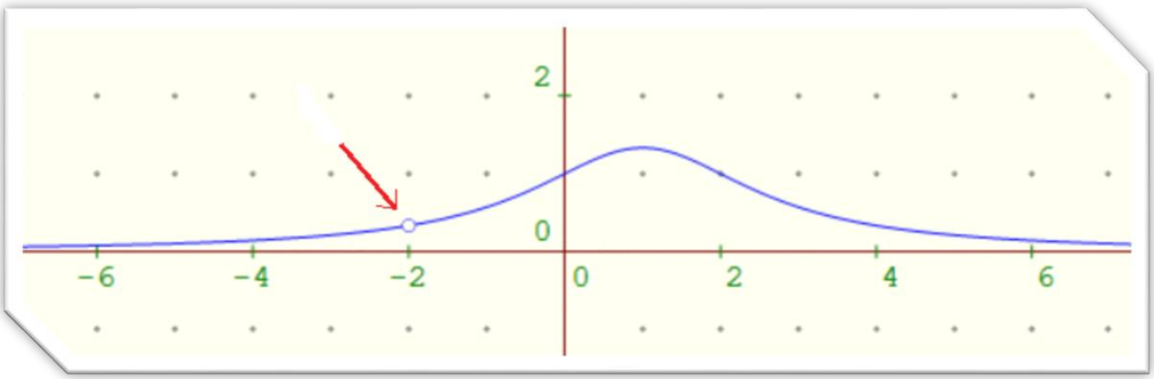
$$\frac{4x+8}{x^3+8} = \frac{4(x+2)}{(x+2)(x^2-2x+4)}$$

Recuerde la factorización:

$$x^3+a^3=(x+a)(x^2-ax+a^2)$$

Por lo tanto: $\lim_{x \to -2} \frac{4x+8}{x^3+8} = \lim_{x \to -2} \frac{4}{x^2-2x+4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

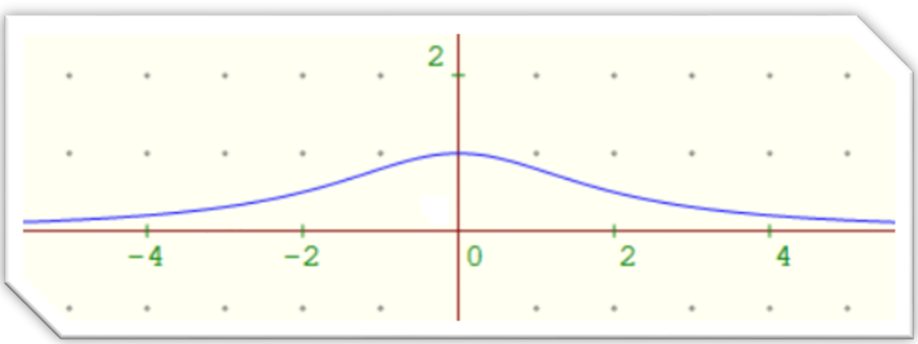
Por lo tanto, se trata de una discontinuidad Reparable en el punto $\left(-2, \frac{1}{3}\right)$



➢ *Ejercicio 2*

$$g(x) = \frac{4}{x^2+4}$$

El denominador es siempre positivo, pues se trata de la suma de dos números positivos, por tanto, se trata de una función continua



➢ *Ejercicio 3*

$$h(x) = \frac{x-4}{x^2-6x+8}$$

$h(4) = \frac{0}{0}$ y $h(2) = \frac{-2}{0}$ por tanto, en $x = 4$ y en $x = -2$ hay un punto de discontinuidad

$$\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{x^2-6x+8} = \lim_{x\to 4} \frac{x-4}{(x-4)(x-2)} = \lim_{x\to 4} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{5}$$

Discontinuidad Reparable

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-4}{x^2-6x+8} = \lim_{x\to 2} \frac{1}{x-2} = \frac{1}{0}$$

Discontinuidad Irreparable