Ejercicios Resueltos: OVA 2

Ejercicio 1

Dominio; Recorrido y Gráfica de la función:

$$f(x)=\sqrt{1-2x}+1$$

Respuesta

a) **Dominio:**

$$y=\underbrace{\sqrt{1-2x}+1}_{\substack{Adición\ Reales,\\ es\ real}},\ con\ \sqrt{\underbrace{1-2x}_{\geq 0}}\in \mathrm{R}$$

$$\underbrace{1-2x\geq 0}_{\substack{Resolviendo\ esta\\ Inecuación:}}$$

$$x\leq \frac{1}{2}$$

Por lo tanto:

$$Dom\left[y=\sqrt{1-2x}+1\right]=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$$

b) **Recorrido:**

Escribiendo $y=\sqrt{1-2x}+1$ como:

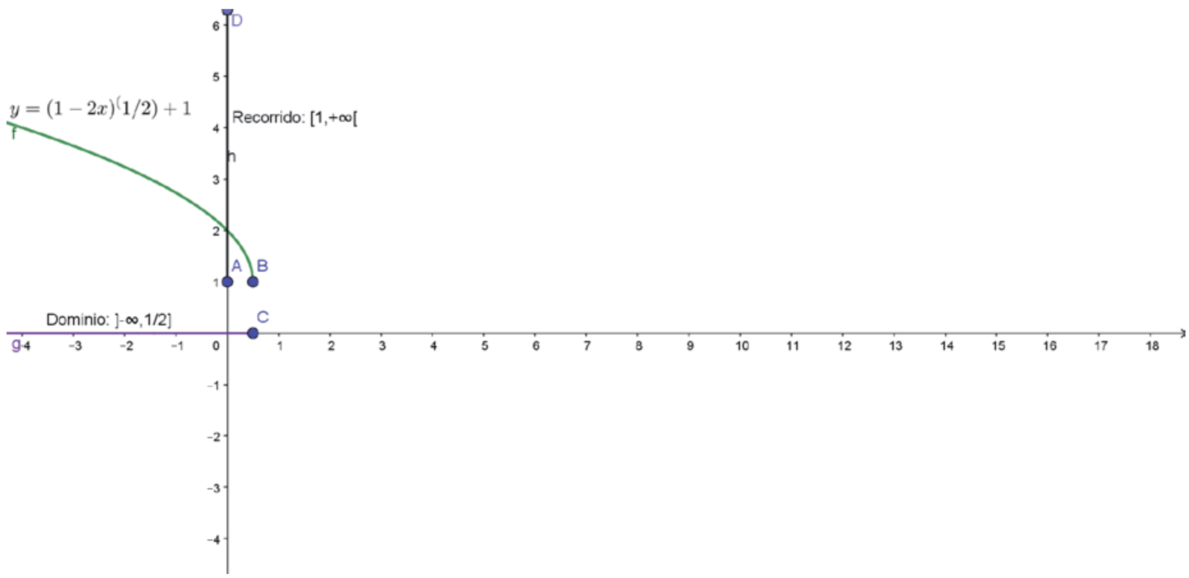
$$y-1=\underbrace{\sqrt{1-2x}}_{\substack{Positivo\\ o\\ Cero}}\Rightarrow y-1\geq 0$$

$$y\geq 1$$

Por lo tanto:

$$\mathrm{Re}\,c\left[y=\sqrt{1-2x}\right]=[1,+\infty[$$

c) **Gráfica:**



➢ *Ejercicio 2*

Dominio; Recorrido y Gráfica de la función:

$$\frac{2y+3}{2}=\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$$

Respuesta

a) **Dominio**

$$\underbrace{\frac{2y+3}{2}}_{\forall y\in \mathbb{R}\text{, es Real}}=\underbrace{\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}}_{\substack{\text{Real si}\\ \underbrace{\frac{x+3}{x-2}\geq 0}_{\substack{\text{Resolviendo}\\ \text{esta Inecuación:}}}}}$$

$$\frac{x+3}{x-2}\geq 0 \Rightarrow x\in \left]-\infty,-3\right]\cup\left]2,+\infty\right[$$

Por lo tanto:

$$Dom\left\{\frac{2y+3}{2}=\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}\right\}=\left]-\infty,-3\right]\cup\left]2,+\infty\right[$$

b) **Recorrido**

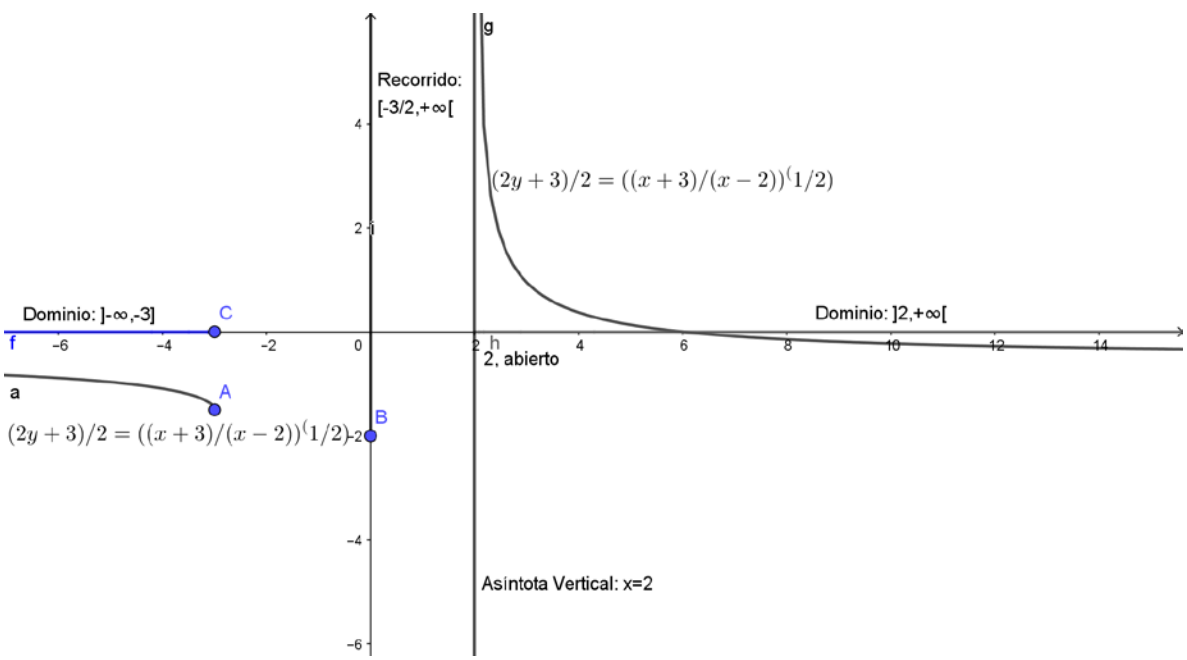
$$\frac{2y+3}{2} = \underbrace{\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}}_{\substack{\text{Positivo o Cero}\\ \text{en su Dominio,}\\ \text{entonces:}\\ \underbrace{\frac{2y+3}{2}\geq 0}_{\substack{\text{Resolviendo}\\ \text{esta inecuación:}}}}}$$

$$\frac{2y+3}{2} \geq 0 \Rightarrow y \geq -\frac{3}{2}$$

Por lo tanto:

$$\operatorname{Rec}\left\{\frac{2y+3}{2} = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}\right\} = \left[-\frac{3}{2}, +\infty\right[$$

c) **Gráfica**



➢ *Ejercicio 3*

Dominio; Recorrido y Gráfica de la función:

$$y=\sqrt{x^2+6x+8}$$

Respuesta

a) **Dominio**

$$\underbrace{x^2+6x+8\geq 0}_{\substack{\text{Resolviendo esta}\\ \text{inecuación:}}}$$

$$x\in\left]-\infty,-4\right]\cup\left[-2,+\infty\right[$$

Por lo tanto:

$$Dom\left\{y=\sqrt{x^2+6x+8}\right\}=\left]-\infty,-4\right]\cup\left[-2,+\infty\right[$$

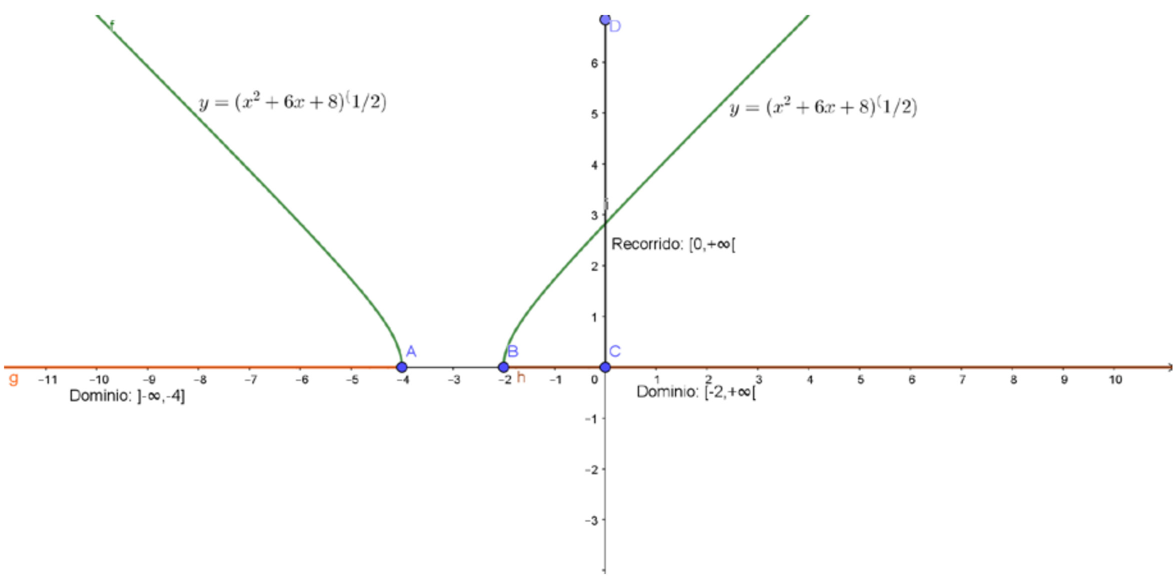
b) **Recorrido**

$$y\geq 0$$

Por lo tanto:

$$\operatorname{Re}c\left\{y=\sqrt{x^2+6x+8}\right\}=\left[0,+\infty\right[$$

c) **Gráfica**



➢ *Ejercicio 4*

Dominio; Recorrido y Gráfica de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x^2-3x-5$

b) $f(x)=-3x^2+5x+2$

Respuesta

a) **Dominio**

$f(x)=\underbrace{2x^2-3x-5}_{\substack{Multiplicación\ y\ Adición \\ de\ reales,\ es\ real.}}$; por lo tanto, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ es real, lo que significa que

$Dom\{y=2x^2-3x-5\}=\mathbb{R}$.

Recorrido

De $f(x)=2x^2-3x-5$:

$$a=2;\ b=-3;\ c=-5$$

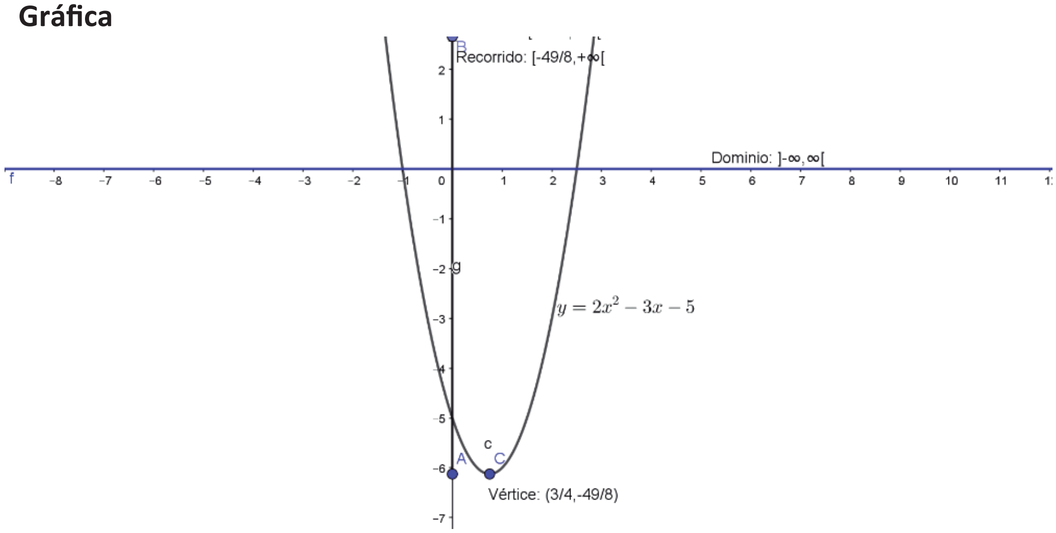
Por lo tanto, y como:

$$\text{Re}c\{y=ax^2+bx+c,\ con\ a>0\}=\left[\frac{4ac-b^2}{4a},+\infty\right[$$, entonces:

$$\text{Re}c\{y=2x^2-3x-5\}=\left[\frac{4\cdot 2\cdot(-5)-(-3)^2}{4\cdot 2},+\infty\right[$$

$$\text{Re}c\{y=2x^2-3x-5\}=\left[-\frac{49}{8},+\infty\right[$$

Gráfica



b) $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$

Dominio

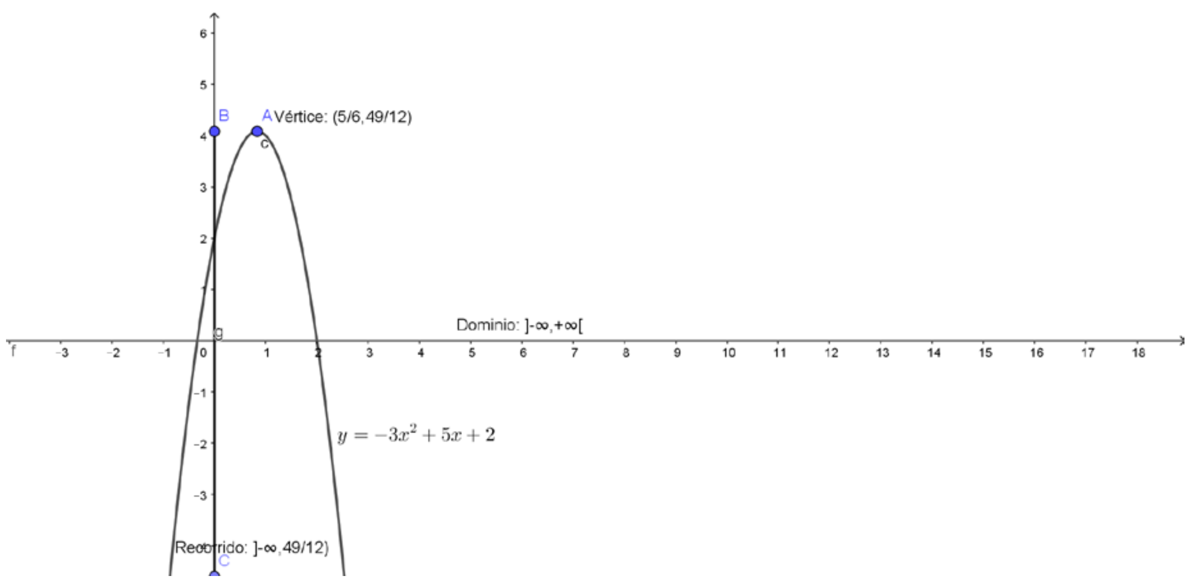
El conjunto de los Números Reales.

Recorrido

$$\operatorname{Re}c\left\{ y = -3x^2 + 5x + 2, con\ a = -3 < 0 \right\} = \left] -\infty, \frac{4\cdot(-3)\cdot 2 - 5^2}{4\cdot\left(-3\right)} \right]$$

$$\operatorname{Re}c\left\{ y = -3x^2 + 5x + 2, con\ a = -3 < 0 \right\} = \left] -\infty, \frac{49}{12} \right]$$

Gráfica



➢ *Ejercicio 5*

El porcentaje de larvas que salen de los huevos del gusano de la manzana a una temperatura dada x (grados Celsius) está dada por

$$y = -0.53x^2 + 25x - 209 \text{ para } 15 \leq x \leq 30$$

Hallar la temperatura que saldrán de los huevos el mayor y el menor porcentaje de larvas.

Respuesta

Como la ecuación de porcentaje:

$$y = -0.53x^2 + 25x - 209$$

es una función cuadrática en la cual el coeficiente de x^2 es -0.53, negativo, su gráfica es una parábola que se abre hacia abajo, por lo cual el vértice determina el máximo; es decir, para $x = -\frac{b}{2a}$ es la temperatura para que salgan el mayor porcentaje de larvas:

En efecto:

$$x = -\frac{25}{2 \cdot (-0.53)}$$
$$x = 23.58$$

valor que cumple con la condición $15 \leq x \leq 30$. Por ello, la menor temperatura es $x = 15$.

En consecuencia, la temperatura que saldrán de los huevos el mayor y el menor porcentaje de larvas es de 23.58 y 15 grados Celsius, respectivamente.