Ejercicios Propuestos: OVA 1

➢ *Ejercicio 1*

¿Cuáles de las siguientes ecuaciones es la expresión analítica de una función lineal? Fundamente su respuesta.

a) $3x^2 - 2(x - 4y) = x(5 + 3x) - 56$

b) $2y - 3(1 - x) + 6y^2 = 3 - 2y(2 - 3y)$

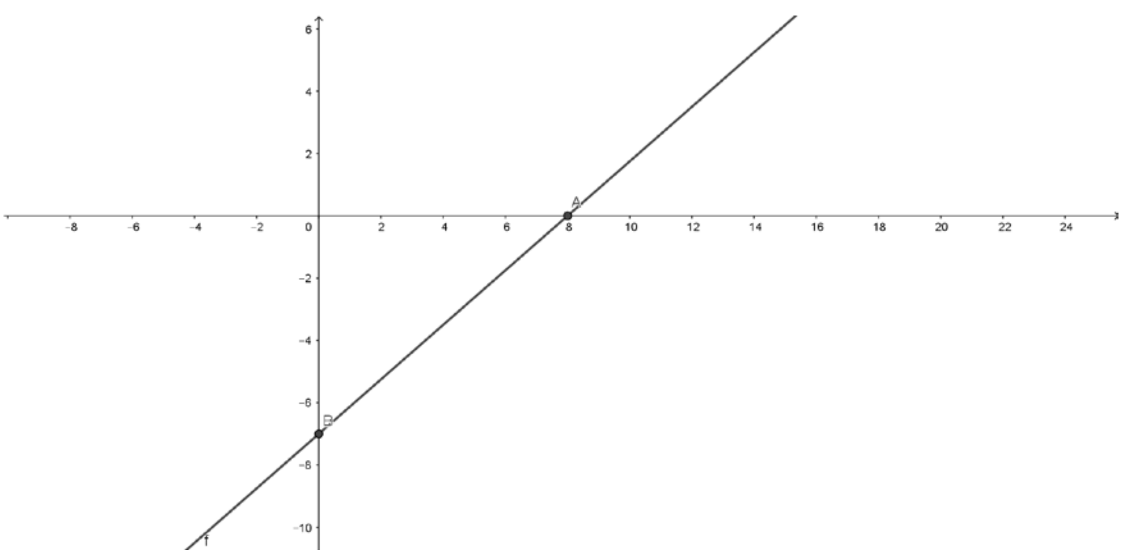
c) Si lo fueran, ¿cuál es creciente o decreciente? Explique (Sugerencia: Simplifique las ecuaciones).

En los casos que lo sean trace su gráfica.

Respuesta

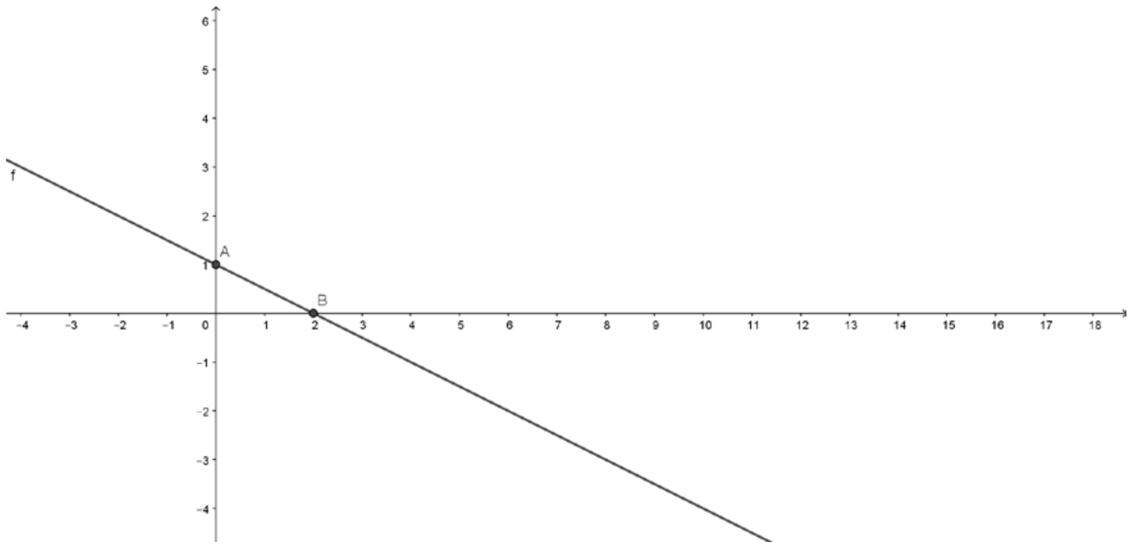
a) Al simplificar la ecuación se obtiene: $7x - 8y - 56 = 0$

lo que nos indica que es una ecuación en que las variables x y y tienen exponente 1; por ello, la ecuación dada conlleva a una función lineal.



b) Al simplificar la ecuación dada se obtiene: $3x+6y-6=0$.

Como x y y tienen exponente 1, la ecuación propuesta nos lleva a una función lineal, cuya gráfica es una línea recta:



c) En a) la función $7x-8y-56=0$ es creciente, puesto que su pendiente obtenida al despejar y:

$$y=\frac{7}{8}x-7 \Rightarrow \underbrace{m=\frac{7}{8}>0}_{\substack{m\ positiva,\ \text{la} \\ función\ es\ creciente}}$$

En b) la función $3x+6y-6=0$ es decreciente, puesto que su pendiente obtenida al despejar y:

$$y=-\frac{1}{2}x+1 \Rightarrow \underbrace{m=-\frac{1}{2}<0}_{\substack{m\ negativa,\ función \\ es\ decreciente}}$$

➢ *Ejercicio 2*

Determine Dominio, Recorrido y trace la Gráfica de la función de la función:

$$y = 2x + 1,\ x \in \left]-1,1\right]$$

Respuesta

Como se trata de una función lineal:

$$y = 2x + 1$$

su dominio y recorrido es el conjunto de los números reales, y esta función está definida para $x \in \left]-1,1\right]$, entonces su dominio es este intervalo; es decir:

$$Dom\left\{y = 2x + 1\right\} = \left]-1,1\right]$$

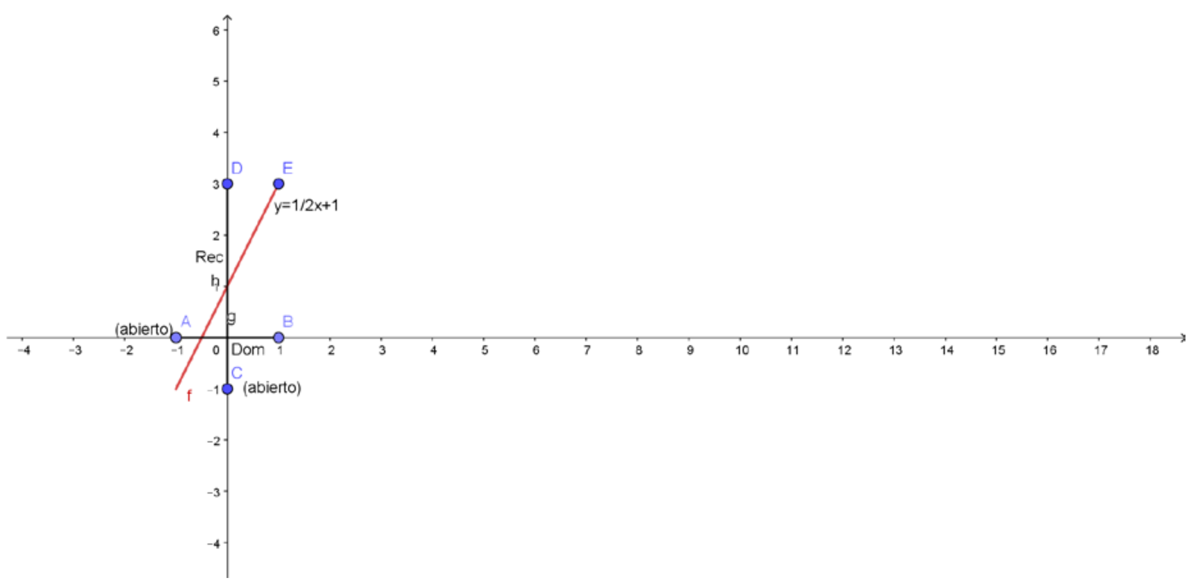
Con ello, el recorrido se obtiene:

Para $x = -1:\ y = -1$

Para $x = 1:\ y = 3$

Por lo tanto: $\mathrm{Re}\,c\left\{y = 2x + 1\right\} = \left]-1,3\right]$

Gráficamente, el dominio y recorrido obtenido se visualiza:



Ejercicio 3

Trace las gráficas de las funciones lineales:

$a)\ 3x-2y=0$

$b)\ \dfrac{x-1}{2}+\dfrac{y+2}{3}=1$

Respuesta

a) Ecuación $3x-2y=0$:

Recordemos que con sólo dos puntos basta para trazar la línea recta.

Como esta ecuación no tiene término independiente de las variables x y y, entonces el coeficiente de posición $b=0$, lo que significa que el origen es ya un punto; es decir, $A(0,0)$.

Para otro punto cualquiera, tomemos $x=-2$ para lo cual la ordenada correspondiente, la obtenemos de la ecuación dada:

$$\begin{aligned} 3\cdot(-2)-2y&=0\\ 2y&=-6\\ y&=-3 \end{aligned}$$

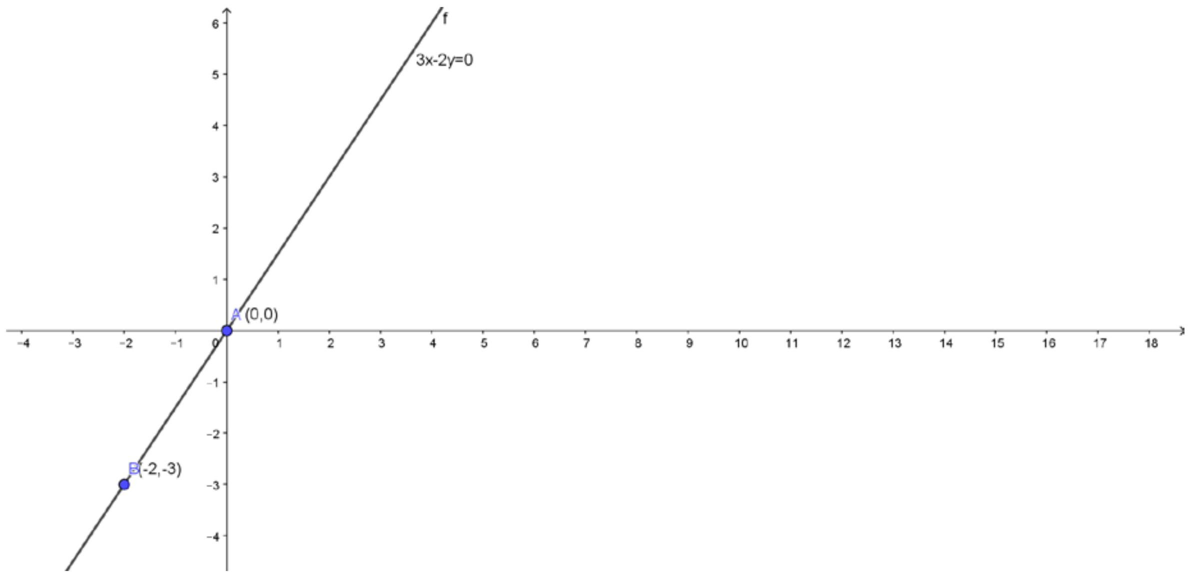
Por lo tanto, el segundo punto es $B(-2,-3)$.

Con los dos puntos así determinados $A(0,0)\ y\ B(-2,-3)$, aplicamos la **ecuación de una recta que pasa por dos puntos**:

$$y-y_A=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}(x-x_A)\quad con\ x_B\neq x_A$$

$$y-0=\frac{-3-0}{-1-0}(x-0)\quad \Rightarrow \text{y=3x}$$, ecuación pedida.

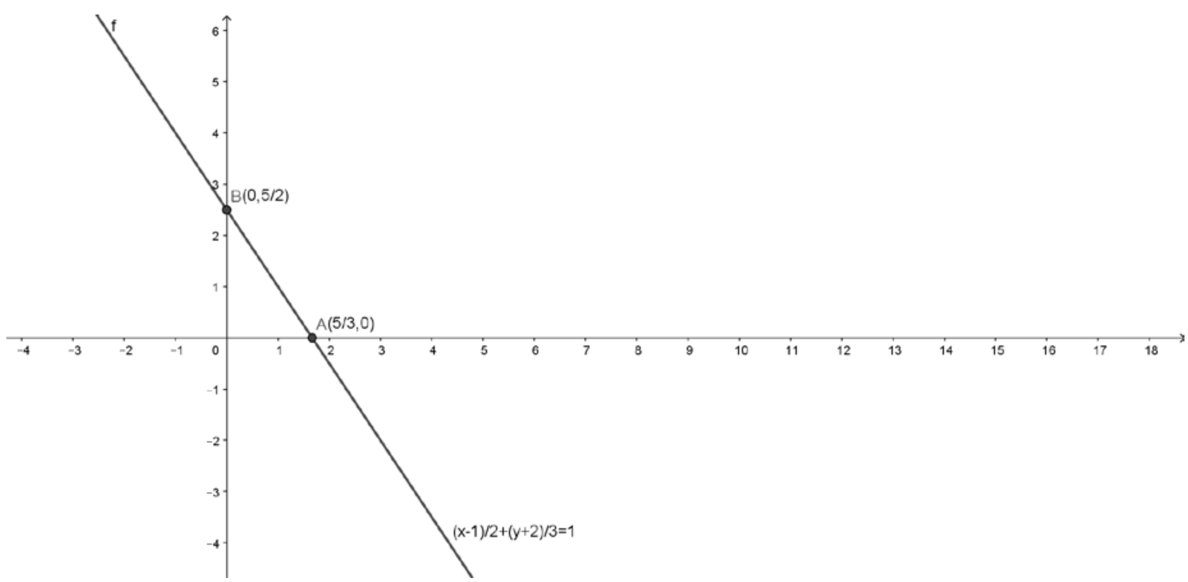
Su gráfica es:



b) Ecuación: $\frac{x-1}{2}+\frac{y+2}{3}=1$-

Dos puntos, uno en el Eje X, haciendo $y=0$: $x=\frac{5}{3}$, dando el punto $A\left(\frac{5}{3},0\right)$; el segundo en el Eje Y, haciendo $x=0$: $y=\frac{5}{2}$, dando el punto $B\left(0,\frac{5}{2}\right)$.

Su gráfica es:



Ejercicio 4

El punto A(-1,1) ¿es común a las rectas:

$$\begin{aligned} L_1 &: \ 5x - y = -6 \\ L_2 &: \ x + 3y - 2 = 0 \end{aligned} \ ?$$

Fundamente su respuesta.

Respuesta

a) **Método 1**: Resolviendo el Sistema de Ecuaciones Lineales:

$$\begin{aligned} L_1 &: \ 5x - y = -6 \\ L_2 &: \ x + 3y - 2 = 0 \end{aligned}$$

aplicando eliminación por reducción:

a.1) Eliminando y: $x = -1$.

a.2) Eliminando x: $y = 1$.

Por lo tanto, el punto de intersección es $(-1,1)$.

b) **Método 2:** Por demostrar que el punto dado $(-1,1)$ satisfaga cada ecuación:

$$\begin{aligned} L_1 &: \ 5x - y = -6 \\ L_2 &: \ x + 3y - 2 = 0 \end{aligned}$$

En L_1:

$$\underbrace{5 \cdot (-1) - 1}_{-6} = -6$$

$$\underbrace{-6 \qquad = -6}_{Q.E.V}$$

En L_2:

$$\underbrace{-1 + 3 \cdot 1 - 2}_{0} = 0$$

$$\underbrace{0 \qquad = 0}_{Q.E.V}$$

➢ *Ejercicio 5*

Obtenga la ecuación del movimiento uniformemente rectilíneo cuando ha transcurrido 5[seg.] una partícula se ha desplazado 12[m] y cuando ha transcurrido 10[seg.] lo que se ha desplazado ha sido 24[m]. Trace su gráfica.

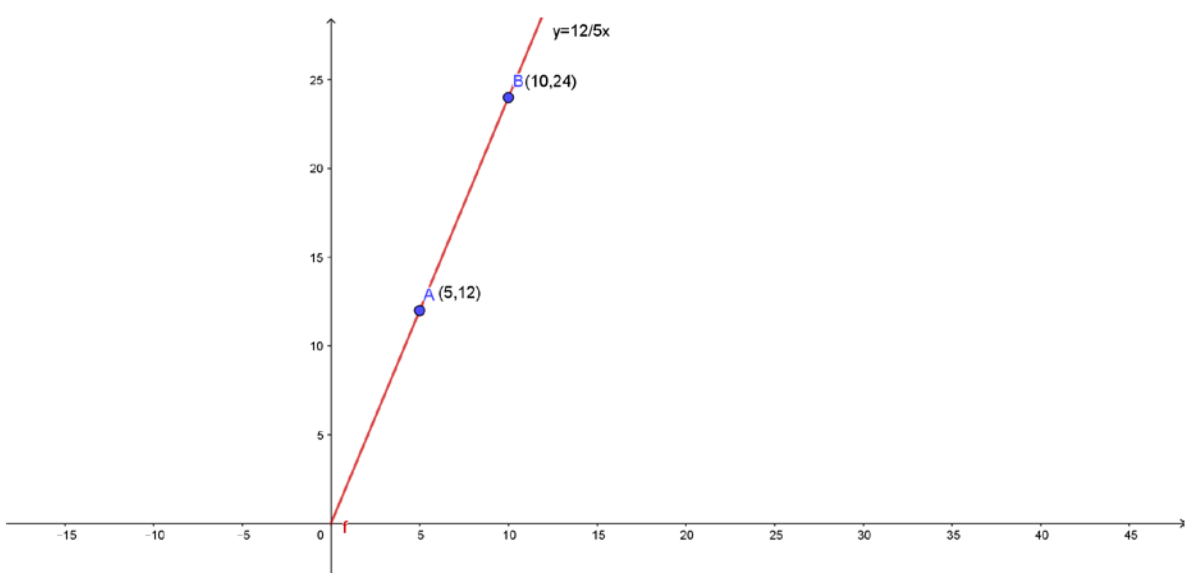
Respuesta

a) Puntos $A(5,12)$ y $B(10,24)$

b) Ecuación recta que pasa por estos dos puntos:

$$y-y_A=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\left(x-x_A\right)$$
$$y-12=\frac{24-12}{10-5}\left(x-5\right)$$
$$y-12=\frac{12}{5}\left(x-5\right)$$
$$y-\cancel{12}=\frac{12}{5}x-\cancel{12}$$
$$y=\frac{12}{5}x;\ \textit{ecuación de movimiento pedida.}$$

Su gráfica es:



➤ *Ejercicio 6*

Dada la función lineal, implícitamente:

$$5x-2y+10=0$$

a) Determine su pendiente.
b) De los infinitos puntos de la gráfica de esta función, tome dos de ellos, como por ejemplo, el punto A de ordenada 3 y el punto B de abscisa -1. Con ellos, aplique la relación:

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

y con ella verifique que su valor nos da la pendiente obtenida en el punto a) anterior.

Respuesta

a) De la ecuación dada $5x-2y+10=0$, al despejar :

$$y=\underbrace{\frac{5}{2}}_{m}x+5$$

de donde la pendiente m es: $\frac{5}{2}$

b) El A punto tiene es $A(x,3)$ y el punto B es $B(-1,y)$; por lo tanto:

$$A(x,3)\in\{5x-2y+10=0\}\Rightarrow x=-\frac{4}{5}$$

En consecuencia: $A(-4/5,3)$

$$B(-1,y)\in\{5x-2y+10=0\}\Rightarrow y=\frac{5}{2}$$

En consecuencia: $B(-1,5/2)$

c) Con estos dos puntos, calculamos la pendiente m mediante la relación:

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \Rightarrow m = \frac{3 - \frac{5}{2}}{-\frac{4}{5} - (-1)}$$

$$m = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{5}} \Rightarrow m = \frac{5}{2} (Q.E.V)$$

Su gráfica es: