

Ejercicios Desarrollados: Campo Eléctrico

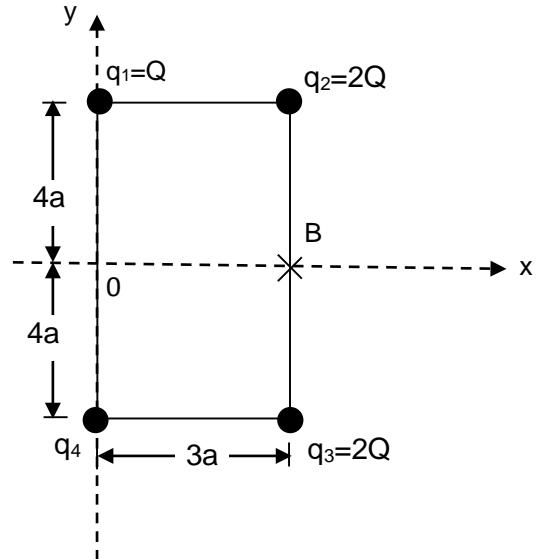
➤ Ejercicio 1

Cuatro cargas puntuales están ubicadas en los vértices de un rectángulo, tal como se muestra en la figura.

Determine:

- El vector campo eléctrico en el punto B.
- La fuerza eléctrica sobre una quinta carga puntual “-Q” ubicada en el punto B.

Considere: $q_4 = -21Q/5$

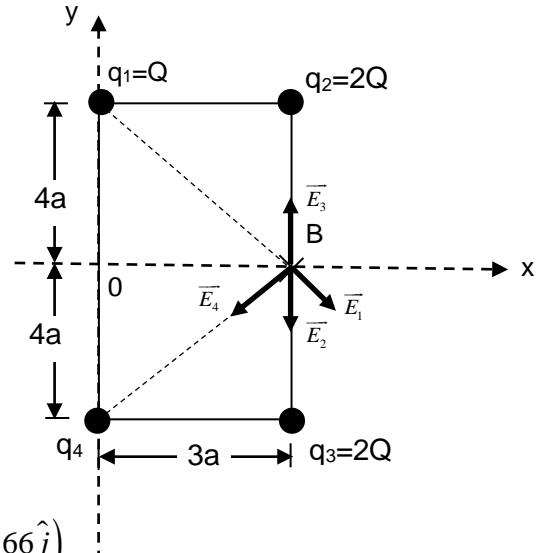


Solución

$$\begin{aligned}
 \text{a. } \vec{E}_B &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \\
 \vec{E}_1 &= |\vec{E}_1| \left(\cos \alpha \hat{i} - \sin \alpha \hat{j} \right) \\
 \vec{E}_1 &= \frac{kQ}{25a^2} \left(\frac{3}{5} \hat{i} - \frac{4}{5} \hat{j} \right) \\
 \vec{E}_2 &= -\vec{E}_3 \\
 \vec{E}_4 &= |\vec{E}_4| \left(-\cos \alpha \hat{i} - \sin \alpha \hat{j} \right) \\
 \vec{E}_4 &= \frac{k}{25a^2} \frac{21Q}{5} \left(-\frac{3}{5} \hat{i} - \frac{4}{5} \hat{j} \right) \\
 \vec{E}_B &= \frac{kQ}{a^2} \left(-\frac{48}{625} \hat{i} - \frac{104}{625} \hat{j} \right) = \frac{kQ}{a^2} \left(-0,0768 \hat{i} - 0,166 \hat{j} \right)
 \end{aligned}$$

b.

$$\vec{F} = Q \vec{E}_B = \frac{kQ^2}{a^2} \left(-0,0768 \hat{i} - 0,166 \hat{j} \right)$$

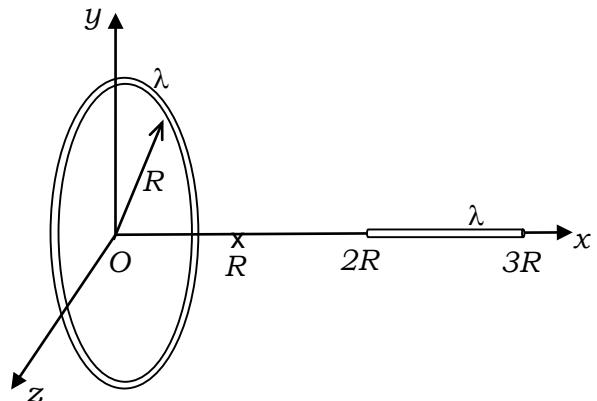


➤ Ejercicio 2

La figura muestra un anillo sobre el plano YZ con su centro en O y a una varilla sobre el eje x, ambos están constituidos con un hilo delgado y están cargados positiva y uniformemente con una densidad lineal de carga λ .

Determine:

- El campo eléctrico producido por el anillo en el punto P de coordenadas $(R; 0; 0)$
- El campo eléctrico producido por la varilla en el punto P de coordenadas $(R; 0; 0)$
- El campo eléctrico total producido en el punto P de coordenadas $(R; 0; 0)$



Solución

a. Por simetría $E_y = E_z = 0$

$$E_x = \int |d\vec{E}| \cos \theta = \int \frac{k dq}{R^2 + R^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \frac{kR}{(2R^2)^{3/2}} \int \lambda dl = \frac{kR}{(2R^2)^{3/2}} \lambda 2\pi R$$

$$E_x = \frac{\sqrt{2}k\lambda\pi}{2R}$$

b. $E_{V_x} = - \int_{2R}^{3R} \frac{k\lambda dx}{x^2} = -k\lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_{2R}^{3R} = k\lambda \left[\frac{1}{3R} - \frac{1}{2R} \right]$

$$E_{V_x} = -\frac{k\lambda}{6R}$$

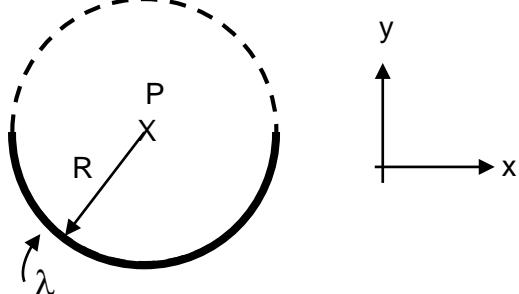
c. $\vec{E}_P = \vec{E}_A + \vec{E}_V$

$$\vec{E}_P = \frac{k\lambda}{R} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\pi - \frac{1}{6} \right) \hat{i}$$

➤ Ejercicio 3

La figura adjunta muestra dos semicircunferencias de Radio R, donde la inferior posee una densidad lineal de carga positiva λ .

- Determine el campo eléctrico (magnitud y vector) en el punto P, generado por la distribución de carga contenida en la semicircunferencia inferior.
- Determine el signo y la magnitud de la densidad lineal de carga que debería tener la semicircunferencia superior para que el campo eléctrico total en P tenga una magnitud igual al doble de la encontrada para la semicircunferencia inferior.



Solución

- Dada la simetría que ofrece la situación problemática,

$$E_x = 0$$

y

$$dE_y = \frac{k dq}{R^2} \sin\beta = \frac{k}{R^2} \cdot \lambda dL \cdot \sin\beta = \frac{k\lambda}{R^2} \cdot R d\beta \cdot \sin\beta$$

$$E_y = \frac{k\lambda}{R} \int_0^{\pi} \sin\beta \cdot d\beta$$

$$E_y = \frac{k\lambda}{R} (-\cos\beta) \Big|_0^{\pi}$$

$$E_y = \frac{2k\lambda}{R}$$

Entonces,

$$E_P = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$\vec{E}_P = \frac{2k\lambda}{R} \hat{i}$$

- Para que el campo eléctrico se duplique, el vector campo debido a la semicircunferencia superior debe apuntar hacia arriba, lo que significa que su densidad lineal de carga debe ser negativa.