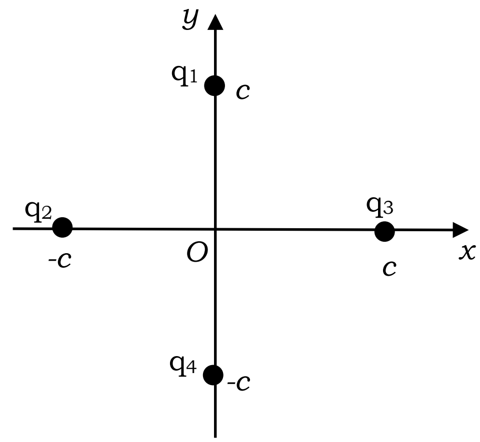
Ejercicios Desarrollados: Carga y Fuerza Eléctrica

➤ Ejercicio 1

Cuatro cargas puntuales de igual magnitud q, se encuentran en los puntos (0; c), (-c;0), (c;0) y (0;-c), como se muestra en la figura.



Determine:

La fuerza ejercida (vector) sobre la carga q_1.

Nota: Exprese sus respuestas en términos de k, q y c.

Solución

$$\vec{F_1} = \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$$

$$\left|\vec{F_2}\right| = \frac{kq^2}{2c^2}$$

$$\vec{F_2} = \left|\vec{F_2}\right|\cos 45°\hat{i} + \left|\vec{F_2}\right| sen45°\hat{j} = \frac{kq^2}{2c^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{kq^2}{2c^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}$$

$$\left|\vec{F_3}\right| = \frac{kq^2}{2c^2}$$

$$\vec{F_3} = -\left|\vec{F_3}\right|\cos 45°\hat{i} + \left|\vec{F_3}\right| sen45°\hat{j} = -\frac{kq^2}{2c^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{kq^2}{2c^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}$$

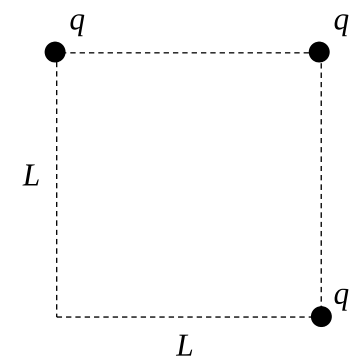
$$\left|\vec{F_4}\right| = \frac{kq^2}{4c^2}$$

$$\vec{F_4} = \frac{kq^2}{4c^2}\hat{j}$$

$$\vec{F_1} = \frac{kq^2}{c^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right)\hat{j}$$

➢ *Ejercicio 2*

Se colocan tres cargas puntuales idénticas q en cada una de tres esquinas de un cuadrado de lado L.

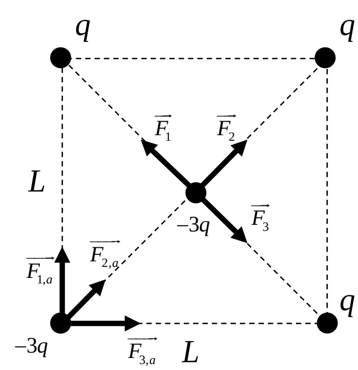


Determine:

a. la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre una carga puntual -3q que se sitúa en el centro del cuadrado

b. la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre una carga puntual -3q que se sitúa en la esquina vacía del cuadrado.

Solución



a.

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$$

$$\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \frac{k\left|q\cdot -3q\right|}{\left(\frac{L\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right|$$

$$\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_3}$$

$$\left|\vec{F}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \frac{6kq^2}{L^2}$$

En la dirección de la diagonal que une la carga q con la esquina vacía.

b.

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_{1,a}} + \overrightarrow{F_{2,a}} + \overrightarrow{F_{3,a}}$$

$$\left|\overrightarrow{F_{1,a}}\right| = \frac{k\left|q \cdot -3q\right|}{\left(L\right)^2} = \frac{3kq^2}{L^2} = \left|\overrightarrow{F_{3,a}}\right| \quad ; \quad \left|\overrightarrow{F_{2,a}}\right| = \frac{k\left|q \cdot -3q\right|}{\left(L\sqrt{2}\right)^2} = \frac{3kq^2}{2L^2}$$

$$\overrightarrow{F_{1,a}} = \frac{3kq^2}{L^2}\hat{j} \quad ; \quad \overrightarrow{F_{3,a}} = \frac{3kq^2}{L^2}\hat{i} \quad ;$$

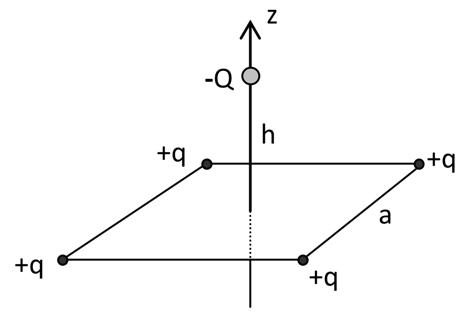
$$\overrightarrow{F_{2,a}} = \frac{3kq^2}{2L^2}\left(\cos 45°\hat{i} + sen45°\hat{j}\right) = \frac{3kq^2}{2L^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}\right) = \frac{3\sqrt{2}kq^2}{4L^2}\left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_{1,a}} + \overrightarrow{F_{2,a}} + \overrightarrow{F_{3,a}} = \frac{3kq^2}{L^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{3kq^2}{L^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\sqrt{2}$$

En la dirección de la diagonal que une la carga q con la esquina vacía.

➢ *Ejercicio 3*



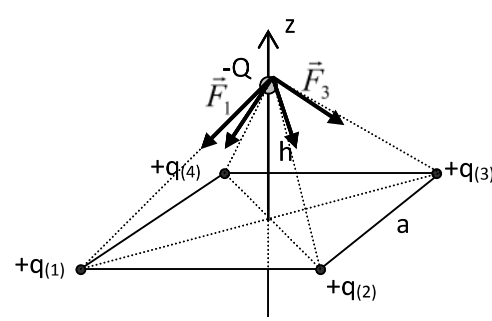
Cuatro cargas puntuales idénticas, cada una con carga +q, están fijas en los vértices de un cuadrado de lado a, ubicado en un plano horizontal. Una quinta carga puntual –Q se encuentra a una altura ***h*** de dicho plano, a lo largo de una línea perpendicular al plano del cuadrado y que pasa por su centro.

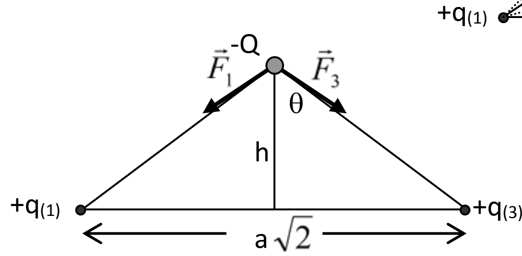
Encontrar:

a. la fuerza ejercida sobre –Q por las otras cuatro cargas,
b. la altura a la cual debe ubicarse la carga –Q para que la fuerza ejercida sobre ella sea máxima.

Solución

a. Todos los vectores fuerza tienen la misma magnitud F y se encuentran en los planos diagonales de la pirámide que se forma al unir cada carga +q con la carga -Q. Si nos ubicamos en uno de esos planos, la figura que se observa es:





Las componentes horizontales de los cuatro vectores se anulan entre sí, de modo que el vector resultante es la suma de las componentes verticales:

$$\vec{F}_{total} = 4F\cos\theta(-\hat{k})$$

con

$$F = \left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}_3\right| = \left|\vec{F}_4\right| = \frac{kqQ}{h^2 + \frac{a^2}{2}} \quad \text{y} \quad \cos\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}}$$

Por lo tanto, la fuerza total sobre la carga –Q es:

$$\vec{F}_{total} = -\frac{4kqQh}{\left[h^2 + \frac{a^2}{2}\right]^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$$

b. Para que la fuerza ejercida sobre la carga –Q sea máxima, debemos hacer

$$\frac{dF_{total}}{dh} = 0$$

y resolver la ecuación que resulta para encontrar h. Haciendo la derivada se obtiene

$$\frac{dF_{total}}{dh} = 4kqQ\frac{h^2 + \frac{a^2}{2} - 3h^2}{(h^2 + \frac{a^2}{2})^{\frac{5}{2}}} = 0$$

de modo que

$$h = \frac{a}{2}$$