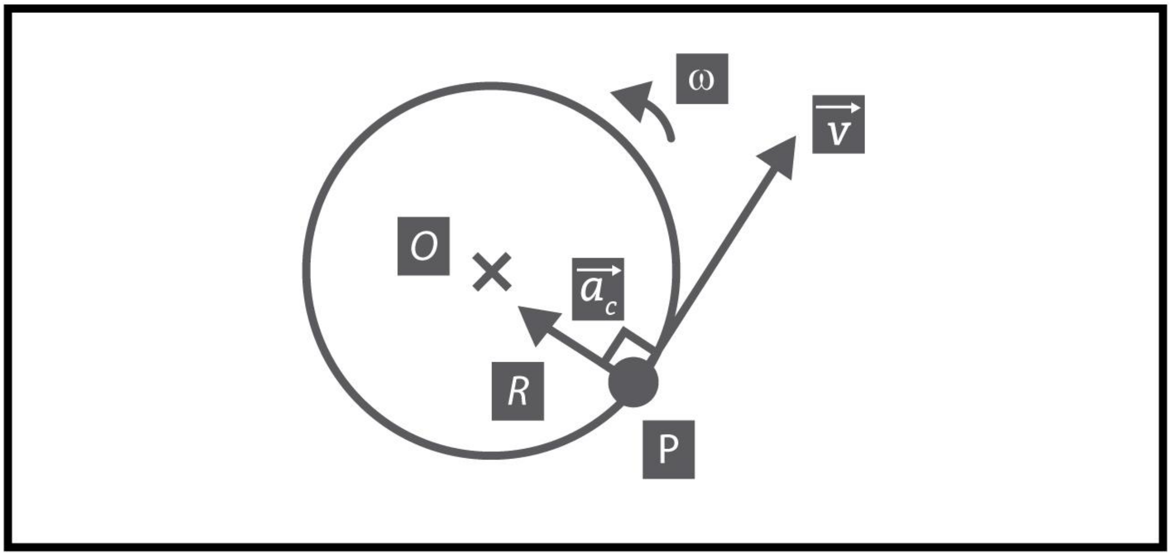
Ejercicios Resueltos: Movimiento Circular Uniforme

Ejercicio 1



Una partícula P adherida al borde de un disco que gira en torno a un eje que pasa por O, se encuentra a 1,5[m] de O, y da 30 vueltas cada minuto. Determine: a) el periodo; b) la frecuencia; c) la velocidad angular; d) la velocidad "tangencial"; e) la aceleración centrípeta o normal y f) la aceleración tangencial

Solución

a) $$\frac{30[vueltas]}{60[s]} = \frac{1[vuelta]}{T[s]}$$

$$T = \frac{60}{30} = 2,0[s]$$

b) $$f = \frac{1}{T}$$

$$f = 0,5[Hz]$$

c) $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{2}$

$\omega = \pi[rad/s] = 3,1[rad/s]$

d) $v = \omega R$

$v = \pi \cdot 1,5$

$v = 4,7[m/s]$

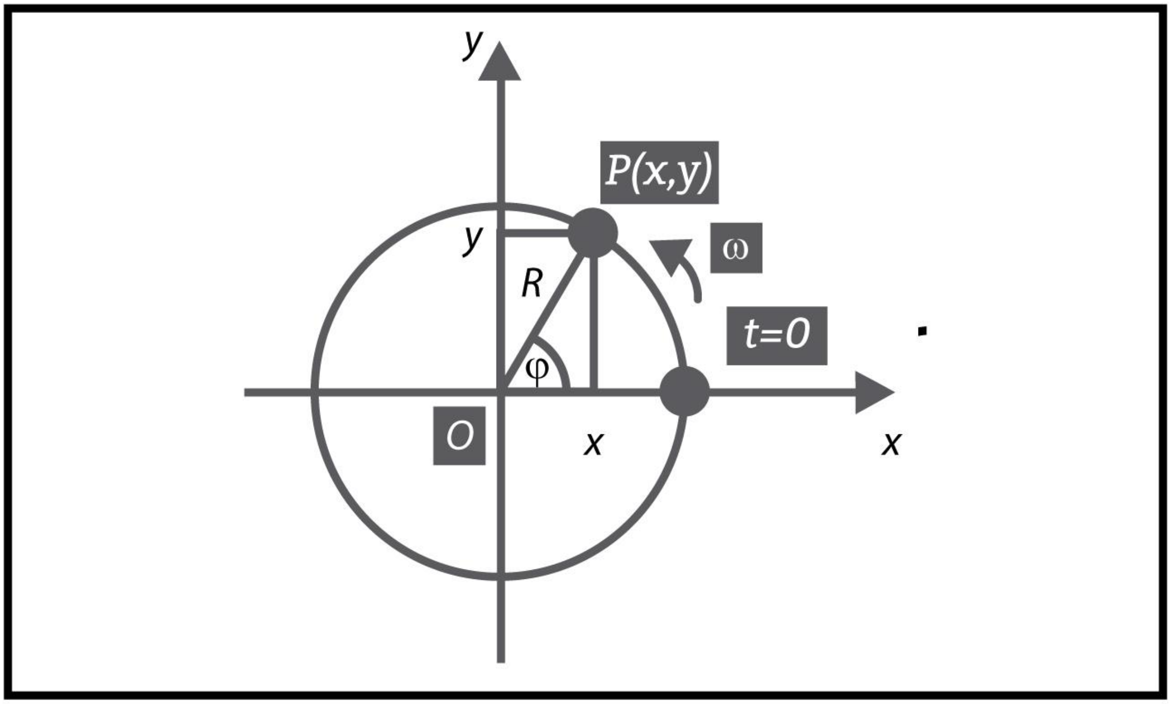
e) $a_c = \dfrac{v^2}{R}$

$a_c = \dfrac{1,5^2\pi^2}{1,5}$

$a_c = 1,5\cdot\pi^2[m/s^2] = 14,8[m/s^2]$

f) $a_t = 0$, pues la aceleración angular es nula (la rapidez angular es constante)

➢ *Ejercicio 2*



Una partícula se mueve con movimiento circunferencial uniforme, en una circunferencia de radio *R = 60*[cm] y con rapidez angular ω de 1,5[rad/s]. Inicialmente las coordenadas de la partícula con *x(0)=R* e *y(0)=0*. Determine:

a) El vector posición de la partícula en t =1,0[s]
b) La velocidad de la partícula en t =1,0[s]
c) La aceleración de la partícula en t =1,0[s]
d) El ángulo que forman los vectores velocidad y aceleración en t =1,0[s]
e) La magnitud de los vectores aceleración normal y aceleración tangencial en t =1,0[s]

Solución

a) En general, para el plano xy, el vector posición está dado por

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\,j$$

Para esta situación

$$x = R\cos\varphi$$

$$y = R\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

de modo que

$$\vec{r} = R\cos\varphi\hat{i} + R\,\text{sen}\,\varphi\, j$$

como

$$\varphi = \omega t$$

se tiene

$$\vec{r} = R\cos\omega t\hat{i} + R\,\text{sen}\,\omega t\, j$$

En este caso

$$\vec{r}(1,0) = 0,60\cos(1,5\cdot 1,0)\hat{i} + 0,60\,\text{sen}\,(1,5\cdot 1,0)\, j$$

$$\vec{r}(1,0) = (0,042\hat{i} + 0,598\, j)[m]$$

b) $$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -R\omega\,\text{sen}\,\omega t\hat{i} + R\omega\cos\omega t\, j$$

$$\vec{v}(1,0) = -0,60\cdot 1,5\,\text{sen}\,(1,5\cdot 1,0)\hat{i} + 0,60\cdot 1,5\cos(1,5\cdot 1,0)\, j$$

$$\vec{v}(1,0) = (-0,898\hat{i} + 0,064\, j)[m/s]$$

c) $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2\cos\omega t\hat{i} - R\omega^2\,\text{sen}\,\omega t\, j$$

$$\vec{a} = -\omega^2(R\cos\omega t\hat{i} + R\,\text{sen}\,\omega t\, j)$$

$$\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$$

$$\vec{a}(1,0) = -1,5^2(0,042\hat{i} + 0,598\, j)$$

$$\vec{a}(1,0) = (-0,095\hat{i} - 1,35\, j)[m/s^2]$$

d) El ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{a}$ se puede determinar a partir del producto punto entre ellos

$$\vec{v}\cdot\vec{a} = v\cdot a\cos\delta = v_x a_x + v_y a_y$$

$$\cos\delta = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v\cdot a}$$

$$\cos\delta = \frac{(-0,898)(-0,095) + 0,064(-1,35)}{\sqrt{(-0,898)^2 + 0,064^2}\cdot\sqrt{(-0,095)^2 + (-1,35)^2}}$$

$$\delta = 1,57[rad] = 90^\circ$$

¿Significa el resultado obtenido en este caso $\vec{a} = \vec{a_c}$?

e) $a_c = \frac{v^2}{R}$

$$a_c(1,0) = \frac{(-0,898)^2 + 0,064^2}{0,60}$$

$$a_c = 1,35[m/s^2]$$

$a_t = 0$ ¿Por qué?