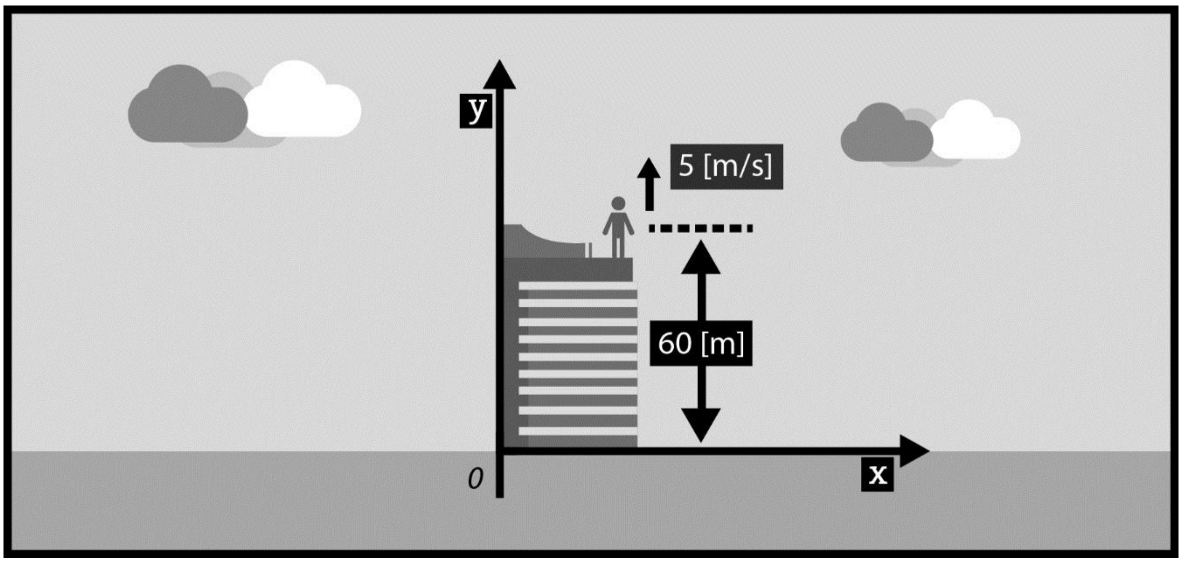
Ejercicios Resueltos: Movimiento Vertical

Ejercicio 1



Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, con una rapidez inicial de 5,0m/s, desde una altura de 60m. Determine la altura máxima que alcanza la piedra y el tiempo que tarda en caer al piso.

Solución

El movimiento de la piedra puede ser descrito por una función cuadrática, de la forma:

$$y(t) = y_0 + v_{o_y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

donde :

y_0 es la posición inicial de la piedra.
v_0 es la rapidez inicial de la piedra en la dirección y.
a_y es la aceleración de gravedad, dirigida siempre al centro de la tierra.

Reemplazando los valores dados en el enunciado del problema y considerando el suelo como origen del sistema de referencia, queda:

$$y(t) = 60 + 5t - \frac{1}{2}10t^2 = 60 + 5t - 5t^2$$

En este caso, A=-5, B=5 y c=60.

Dado que el elemento que acompaña a t^2 es negativo (-5), la parábola se abre hacia abajo, de modo que la altura máxima que alcanza la piedra, puede hallarse determinando las coordenadas ($t_{ymán}$; $y_{máx}$) del vértice de la parábola. Así:

$$t_{y_{máx}} = -\frac{B}{2A} = -\frac{5}{2(-5)} = 0,5[s]$$

$$y\left(t_{y_{máx}}\right) = 60 + 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}10\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 61,3[m]$$

La altura máxima que alcanza la piedra es 61,3[m].

El tiempo que tarda la piedra en caer al piso, se determina igualando a cero la función de posición, con lo cual queda la ecuación de segundo grado:

$$0 = 60 + 5t - \frac{1}{2}10t^2$$

Cuya solución se obtiene de:

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4\cdot 5\cdot 60}}{2\cdot(-5)}$$

$$t = -3,0[s] \quad \vee \quad t = 4,0[s]$$

Como la primera solución no tiene sentido físico, pues el movimiento hacia arriba de la piedra comienza en t=0, el tiempo que tarda en caer la piedra es de 4,0[s]

➢ *Ejercicio 2*

Un niño deja caer una piedra desde el borde superior de un pozo. Luego de 5.0 [s] la piedra golpea el piso. Determine:

a) La aceleración de la piedra.
b) La rapidez de la piedra justo antes de chocar contra el piso.
c) La profundidad del pozo.
d) El tiempo que tarda el sonido producido por el choque en ser escuchado por el niño, si la rapidez del sonido en el aire es constante y de 340 m/s.
e) El tiempo total desde que el niño soltó la piedra hasta que escucha el sonido del choque.

Solución

a) Al dejar caer la piedra en caída libre, su aceleración tiene magnitud 9,8 [m/s^2].

b) $v_y = v_{0_y} + a_y t = 0 - gt$

$$v_y = -9.8\times 5.0$$

$$v_y = -49[m/s]$$

c) $y = y_0 + v_{0_y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$$y = -\frac{1}{2} 9.8 \cdot t^2 = -\frac{1}{2} 9.8 \cdot (5.0)^2 = -0{,}12[km]$$

$$h = 0.12[km]$$

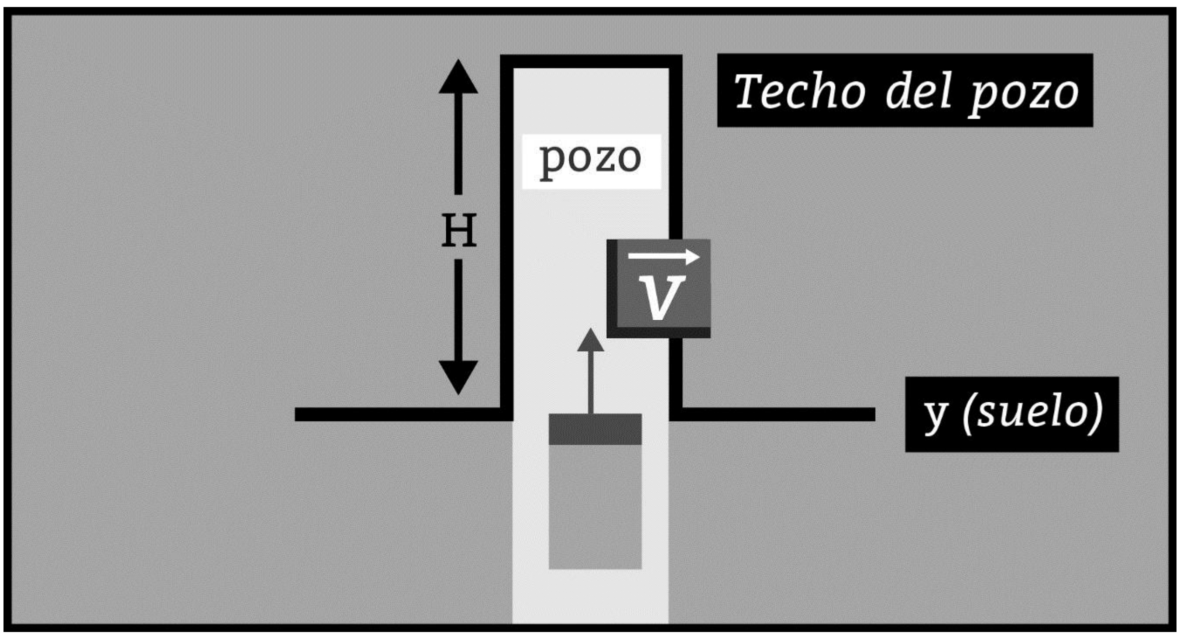
d) $t_S = \frac{h}{v_s} = \frac{0.12 \times 10^3}{340}$

$$t_S = 0.35s$$

e) $t_T = t_b + t_s = 5 + 0.35$

$$t_T = 5.4s$$

➢ *Ejercicio 3*



En un edificio de departamentos, un ascensor sube desde el estacionamiento subterráneo con una rapidez constante v = 2,5 [m/s]. En cierto instante (t = 0), se desprende un perno desde la parte superior del pozo del ascensor justo cuando el techo del ascensor pasa por el nivel del suelo del primer piso. Si la altura del pozo hasta el nivel del primer piso es H = 50[m], determine:

a) El instante en que el perno impacta al ascensor que va subiendo,

b) La altura, respecto del nivel del suelo del primer piso, a la que se produce el impacto,

c) La velocidad del perno en el instante en que impacta al ascensor.

Solución

a) La ecuación de posición del techo del ascensor es

$$y_A = v_A \cdot t = 2,5 \cdot t$$

La ecuación de posición del perno es

$$y_P = H - \frac{1}{2}gt^2 = 50 - 5t^2$$

El perno impacta al ascensor cuando sus posiciones son iguales, es decir,

$$y_A = y_P$$

lo que conduce a

$$2,5t = 50 - 5t^2$$

Al resolver esta ecuación de segundo grado, se halla t = 2,92 [s] y t = - 3,42 [s]. Así, el perno impacta al piso del ascensor en

t = 2,92 [s]

b) La altura pedida es

$$y_A = 2,5 \cdot 2,92 = 7,3[m]$$

c) La velocidad pedida es

$$v_P = -g \cdot t = -10 \cdot 2,92 = -29,2\ [m/s]$$

donde el signo “-“ indica que el perno va descendiendo.