

Ejercicios Desarrollados: Relaciones

➤ Ejercicio 1

Dada la relación $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y + 2x = 10\}$, escriba la relación por extensión e identifique el dominio y recorrido y la relación inversa

Desarrollo:

Observemos que $y + 2x = 10 \Rightarrow y = 10 - 2x$

Si $x = 1 \Rightarrow y = 8$, luego $(1, 8) \in R$

Si $x = 2 \Rightarrow y = 6$, luego $(2, 6) \in R$

Si $x = 3 \Rightarrow y = 4$, luego $(3, 4) \in R$

Si $x = 4 \Rightarrow y = 2$, luego $(4, 2) \in R$

Si $x = 5 \Rightarrow y = 0$ no pertenece a los naturales, luego $(5, 0)$ no pertenece a R

Por lo tanto $R = \{(1, 8), (2, 6), (3, 4), (4, 2)\}$

$\text{Dom } R = \{1, 2, 3, 4\}$

$\text{Rec } R = \{2, 4, 6, 8\}$

$R^{-1} = \{(8, 1), (6, 2), (4, 3), (2, 4)\}$

➤ Ejercicio 2

Dada la relación $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y = 2x\}$. Determinar la relación inversa.

Desarrollo:

Para encontrar la relación inversa se debe despejar la variable x de la igualdad $y = 2x$

$$x = \frac{y}{2}$$



Luego se intercambian las variables, es decir

$$y = \frac{x}{2}$$

Por lo tanto $R^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y = \frac{x}{2}\}$

Comprobemos con algunos valores:

Si $x = 1 \Rightarrow y = 2$, luego $(1, 2) \in R \Rightarrow (2, 1) \in R^{-1}$

En efecto, en R^{-1}

Si $x = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{2} = 1$, luego $(2, 1) \in R^{-1}$

➤ Ejercicio 3

Determinar dominio de la relación $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 4\}$

Desarrollo

Para determinar el dominio despejamos la variable y de la igualdad $x^2 + y^2 = 4$

$$y = \pm\sqrt{4 - x^2}$$

Para que $y \in \mathbb{R}$, se debe cumplir $4 - x^2 \geq 0$

Se resuelve la inecuación

$$4 - x^2 \geq 0$$

$$(2 - x)(2 + x) \geq 0$$

Utilizamos tabla de signo

	$] -\infty, -2[$	$] -2, 2[$	$] 2, \infty[$
$2 - x$	+	+	-
$2 + x$	-	+	+
$(2 - x)(2 + x)$	-	+	-

Para $x = \pm 2$, se tiene $4 - x^2 = 0$, por lo tanto la solución de la inecuación es $[-2,2]$

Por lo tanto $\text{Dom } R = [-2,2]$