

## Ejercicios Desarrollados: Relaciones

### ➤ Ejercicio 1

Dada la relación  $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y + 2x = 10\}$ , escriba la relación por extensión e identifique el dominio y recorrido y la relación inversa

#### Desarrollo:

Observemos que  $y + 2x = 10 \Rightarrow y = 10 - 2x$

Si  $x = 1 \Rightarrow y = 8$ , luego  $(1, 8) \in R$

Si  $x = 2 \Rightarrow y = 6$ , luego  $(2, 6) \in R$

Si  $x = 3 \Rightarrow y = 4$ , luego  $(3, 4) \in R$

Si  $x = 4 \Rightarrow y = 2$ , luego  $(4, 2) \in R$

Si  $x = 5 \Rightarrow y = 0$  no pertenece a los naturales, luego  $(5, 0)$  no pertenece a  $R$

Por lo tanto  $R = \{(1, 8), (2, 6), (3, 4), (4, 2)\}$

$Dom R = \{1, 2, 3, 4\}$

$Rec R = \{2, 4, 6, 8\}$

$R^{-1} = \{(8, 1), (6, 2), (4, 3), (2, 4)\}$

### ➤ Ejercicio 2

Dada la relación  $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y = 2x\}$ . Determinar la relación inversa.

#### Desarrollo:

Para encontrar la relación inversa se debe despejar la variable  $x$  de la igualdad  $y = 2x$

$$x = \frac{y}{2}$$

Luego se intercambian las variables, es decir

$$y = \frac{x}{2}$$

Por lo tanto  $R^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y = \frac{x}{2}\}$

Comprobemos con algunos valores:

Si  $x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ , luego  $(1, \frac{1}{2}) \in R \Rightarrow (\frac{1}{2}, 1) \in R^{-1}$

En efecto, en  $R^{-1}$

Si  $x = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{2} = 1$ , luego  $(2, 1) \in R \Rightarrow (1, 2) \in R^{-1}$

### ➤ Ejercicio 3

Determinar dominio de la relación  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 4\}$

#### Desarrollo

Para determinar el dominio despejamos la variable  $y$  de la igualdad  $x^2 + y^2 = 4$

$$y = \pm \sqrt{4 - x^2}$$

Para que  $y \in \mathbb{R}$ , se debe cumplir  $4 - x^2 \geq 0$

Se resuelve la inecuación

$$4 - x^2 \geq 0$$

$$(2 - x)(2 + x) \geq 0$$

Utilizamos tabla de signo

	$] - \infty, -2[$	$] - 2, 2[$	$] 2, \infty[$
$2 - x$	+	+	-
$2 + x$	-	+	+
$(2 - x)(2 + x)$	-	+	-

Para  $x = \pm 2$ , se tiene  $4 - x^2 = 0$ , por lo tanto la solución de la inecuación es  $[-2, 2]$

Por lo tanto  $\text{Dom } R = [-2, 2]$

